

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVAȚĂMINTULUI

**Prof. dr. A. RUSU
Conf. dr. N. BOȘ
Șef lucr. dr. A. KISS**

TOPOGRAFIE- GEODEZIE



**EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ
București**

Gospodărirea rațională a fondului funciar, deci inclusiv și a celui forestier, presupune cunoașterea lui cât mai pe deplin și cât mai corect în expresia lui geografică, cu toate dotările. Pentru aceasta sînt necesare planuri și hărți care servesc alît la evidența lucrărilor cât mai ales la studiul, proiectarea și aplicarea respectiv trasarea lucrărilor de executat.

Cursul de topografie-geodezie, ce se predă studenților de la Facultatea de silvicultură și exploatare forestiere, cuprinde cunoștințele de bază ale ridicărilor în plan în general, pe suprafețe mari, precum și cunoștințele necesare utilizării planurilor și hărților. De asemenea tratează și specificul ridicărilor din sectorul forestier, prin cele mai acreditate metode inclusiv specificul lucrărilor de trasare. Pentru aceasta sînt prezentate :

- cunoștințele de bază ale calculului erorilor inclusiv prin metode riguroase și evaluarea preciziilor ;
- aparatura topografică cea mai reprezentativă din dotajia instituțiilor de la noi precum și noutățile pe plan mondial ;
- sistemul cartografic utilizat și legat de el transcalculările geodezice și topografice ;
- reducerea la elipsoid și în plan a mărimilor măsurate pe suprafața fizică a Pămîntului ;
- îndeșirea respectiv realizarea rețelelor de sprijin planimetrice și altimetrice ;
- metodele curente de ridicare inclusiv compensările riguroase planimetrice și altimetrice ;
- ridicările tahimetrice și busolare.

Un loc corespunzător ocupă și ridicările moderne fotogrammetrice, care reprezintă e multă vreme metoda curentă de ridicare în plan a pădurilor.

Lucrarea are un pregnant caracter didactic, se adresează cu precădere studenților silvicultori, dar în același timp tuturor studenților care au ca obiect de studiu topografia, geodezia, fotogrametria.

Lucrarea este utilă deopotrivă tuturor inginerilor și tehnicienilor care activează în câmpul măsurătorilor terestre sau au de rezolvat probleme de ridicări.

AUTORII

CUPRINS

Prefață	3
Capitolul 1. CUNOȘTINȚE DE BAZĂ	15
1.0 Noțiuni generale	15
1.00 Obiectul și importanța topografiei	15
1.01 Măsurători terestre	16
1.02 Conținutul lucrării	16
1.03 Noțiuni topografice de bază	17
1.04 Principii ale topografiei generale	18
1.1 Planuri și hărți	21
1.10 Scări	21
1.100 Scări numerice	21
1.101 Scări grafice	22
1.102 Importanța scării planului	23
1.11 Clasificarea reprezentărilor topografice	23
1.12 Conținutul planurilor și hărților	24
1.13 Utilizări curente ale planurilor și hărților	27
1.130 Hărțile și planurile în recunoașterea terenurilor	27
1.131 Determinarea unor elemente de planimetrie	28
1.132 Determinarea unor elemente de altimetrie	30
1.14 Unități de măsură	32
1.15 Orientări. Axe de coordonate	34
1.2 Mijloace de calcul	36
1.20 Tabele	37
1.200 Tabele de valori naturale	37
1.201 Tabele de coordonate	38
1.21 Calculatoare electronice	38
1.22 Nomograme	40
1.3 Erori	41
1.30 Măsurători și evaluarea lor	41
1.300 Elemente introductive. Definiții	41
1.301 Clasificarea erorilor	42
1.302 Măsurători directe, indirecte și condiționale	43
1.31 Erorile întâmplătoare în măsurătorile directe de ponderi egale	43
1.310 Erori aparente	43
1.311 Precizie	43
1.312 Eroarea medie pătratică a unei măsurători	44
1.313 Eroarea medie a mediei	45
1.314 Probabilitate. Frecvență	46

1.315	Curba erorilor	47
1.316	Erori probabile. Erori limită	49
1.317	Prezentarea rezultatului măsurătorilor	49
1.32	Erorile întâmplătoare în măsurătorile directe de ponderi diferite	50
1.320	Medie aritmetică ponderată	50
1.321	Stabilirea ponderii	51
1.322	Reducerea erorilor ponderate la erori de aceeași pondere	52
1.323	Erori medii ponderate	52
1.324	Principiul metodei celor mai mici pătrate (m.c.m.p.)	53
1.33	Erorile întâmplătoare în măsurătorile indirecte	54
1.330	Propagarea erorilor în măsurătorile indirecte	54
1.331	Compunerea erorilor accidentale și sistematice	56
1.34	Toleranțe	57
1.35	Concluzii	57
 Capitolul 2. MĂSURAREA UNGHIIURILOR ȘI DISTANȚELOR		59
2.0	Generalități	59
2.1	Instrumente de măsurat unghiuri	59
2.10	Tipuri de instrumente	60
2.11	Teodolite	61
2.110	Definiții. Clasificări	61
2.111	Construcția teodolitelor : organe, funcții	62
2.112	Sisteme optice și de citire	71
2.113	Tipuri de teodolite optice	74
2.114	Teodolite clasice	83
2.115	Așezarea teodolitului în stație	84
2.116	Verificarea și rectificarea teodolitelor	85
2.12	Echere	90
2.2	Măsurarea unghiurilor	92
2.20	Precizia centrării instrumentului	92
2.21	Măsurarea unghiurilor orizontale	93
2.210	Metode. Cazuri	93
2.211	Centrarea vizelor și a unghiurilor	96
2.22	Măsurarea unghiurilor verticale	97
2.23	Precizia măsurării unghiurilor	98
2.3	Măsurarea distanțelor pe cale directă	99
2.30	Instrumente pentru măsurarea distanțelor pe cale directă	99
2.31	Jalonarea aliniamentelor.	101
2.32	Măsurarea distanțelor cu panglica de oțel	101
2.33	Corecțiile ce se aduc măsurătorilor cu panglica	102
2.34	Reducerea distanțelor la orizont	102
2.35	Precizia măsurării distanțelor pe cale directă	103
2.4	Măsurarea indirectă a distanțelor pe cale optică	104
2.40	Tahimetre.	105
2.400	Măsurarea distanțelor cu tahimetre	106
2.401	Reducerea distanțelor la orizont	107
2.402	Precizia măsurării distanțelor pe cale indirectă cu tahimetre și stadii verticale	108
2.5	Măsurarea distanțelor cu ajutorul undelor..	110

Capitolul 3. RIDICĂRI PLANIMETRICE	113
3.0 Generalități	113
3.00 Obiectul planimetriei	113
3.01 Desfășurarea lucrărilor. Principii	113
3.1 Indesirea rețelei geodezice prin intersecții	113
3.10 Proiectarea lucrărilor. Principii	117
3.11 Definitivarea proiectului	117
3.110 Identificarea punctelor vechi	118
3.111 Amplasarea definitivă a punctelor noi	118
3.12 Marcarea punctelor	118
3.120 Bornarea punctelor	119
3.121 Semnalizarea punctelor	120
3.122 Descrierea topografică a punctelor	122
3.13 Măsurarea unghiurilor	123
3.130 Întocmirea planului de observații	123
3.131 Succesiunea de determinare	124
3.132 Măsurători efective în teren	124
3.14 Intersecția înainte	124
3.140 Aspecte geometrice	124
3.141 Aspecte topografice	125
3.142 Orientarea atomată a vizelor	127
3.143 Calculul intersecției înainte	129
3.15 Intersecția înapoi	129
3.150 Generalități	129
3.151 Procedeul Delambre	130
3.152 Procedeul Collins	132
3.153 Dispozitivul Martinian	133
3.16 Intersecția combinată	134
3.17 Intersecții în terenuri forestiere și la limită	135
3.170 Intersecții în terenuri forestiere	135
3.171 Intersecții la limită	137
3.172 Problema Hansen	138
3.173 Problema Marek	139
3.18 Precizia intersecțiilor	140
3.19 Concluzii. Recomandări.	141
3.2 Indesirea rețelei geodezice cu teodolite electrooptice	142
3.20 Generalități	142
3.21 Modul de lucru	142
3.3 Metoda drumuirii	145
3.30 Funcții. Clasificare	145
3.31 Proiectarea traseelor și alegerea punctelor de drumuire	146
3.32 Măsurarea elementelor drumuirii	146
3.33 Calculul drumuirii. Compensări	148
3.34 Calculul efectiv al drumuirilor	150
3.35 Căutarea greșelilor în drumuirii	150
3.36 Precizia drumuirilor	153
3.360 Evaluarea erorilor unghiulare	153
3.361 Evaluarea erorilor de distanță	155
3.362 Erori de ansamblu maxime	155
3.37 Cazuri particulare de drumuirii	156

3.370	Drumuri fără vize de orientare (într-unul sau în ambele puncte de sprijin)	156
3.371	Drumuri de precizie	157
3.372	Drumuri cu puncte nodale	158
3.373	Drumuri poligonometrice și paralactice	159
3.4	Ridicarea detaliilor	162
3.40	Generalități	162
3.41	Metoda radierii	162
3.42	Drumuri combinate cu radieri	163
3.43	Metoda absciselor și ordonatelor	164
3.44	Ridicarea detaliilor prin intersecții	166
3.5	Rețele de sprijin topografice	167
3.50	Generalități	167
3.51	Triangulația topografică locală	167
3.510	Principii	167
3.511	Măsurători în teren	168
3.512	Calculul triangulației	169
3.52	Triangulații topografice forestiere	173
3.53	Determinarea unei rețele topografice cu teodolite electrooptice	174
3.54	Determinarea unei rețele de sprijin prin drumuire	175
3.55	Determinarea unei rețele de sprijin prin intersecții	176
3.56	Îndesirea rețelelor de sprijin topografice și ridicarea detaliilor	177
3.57	Ridicarea suprafețelor foarte mici	177
Capitolul 4. RIDICĂRI ALTIMETRICE		179
4.0	Cunoștințe generale	179
4.00	Obiectul altimetrice (nivelmentului)	179
4.01	Suprafețe de nivel	179
4.02	Cote	180
4.03	Diferențe de nivel	181
4.04	Cote ortometrice, cote normale și cote dinamice	181
4.05	Efectul curburii Pământului și al refracției atmosferice	184
4.06	Modalități de determinare a diferențelor de nivel	185
4.07	Rețele de nivelment	187
4.08	Marcarea punctelor de nivelment	187
4.1	Nivelmentul geometric	190
4.10	Generalități. Principii	190
4.11	Instrumente de nivelment geometric	191
4.110	Nivelmetre fără lunetă	191
4.111	Nivelmetre cu lunetă	193
4.112	Verificarea și rectificarea nivelmetrelor fixe	198
4.12	Mire	199
4.13	Metode de nivelment geometric	201
4.130	Generalități	201
4.131	Metoda drumuirii	202
4.132	Metoda radierii	207
4.133	Metoda profilelor	208
4.134	Metoda drumuirii cu radieri	208
4.14	Probleme de nivelment geometric	210
4.140	Nivelmentul drumurilor și căilor ferate	210
4.141	Nivelmentul de suprafață	211

4.142 Nivelment geometric cu puncte intermediare	213
4.143 Nivelmentul ripelor	214
4.15 Precizia nivelmentului geometric	215
4.2 Nivelmentul trigonometric	217
4.20 Noțiuni de bază	217
4.21 Instrumente de nivelment trigonometric	218
4.22 Metode de nivelment trigonometric	219
4.220 Drumuirea de nivelment trigonometric la distanțe mici	220
4.221 Radieri de nivelment trigonometric la distanțe mici	221
4.222 Drumuiri de nivelment trigonometric la distanțe mari	221
4.223 Radieri de nivelment trigonometric la distanțe mari	222
4.23 Precizia nivelmentului trigonometric	222
4.24 Cote medii ponderate	224
4.3 Nivelment cu declivimetre și elisimetre	225
Capitolul 5. RIDICĂRI TAHIMETRICE	227
5.0 Generalități	227
5.1 Ridicări tahimetrice propriu-zise	228
5.10 Instrumente	228
5.100 Tahimetre autoreductoare	228
5.101 Precizia măsurării distanțelor cu tahimetre autoreductoare folosind stadii orizontale	233
5.102 Dispozitive tahimetrice auxiliare	234
5.103 Tahimetre telemetrice	237
5.11 Metode de ridicare	240
5.110 Drumuiri cu radieri	240
5.111 Drumuiri tahimetrice de precizie	241
5.112 Ridicarea tahimetrică a profilelor	241
5.2 Ridicări cu busola topografică	242
5.20 Elemente de magnetism terestru	242
5.21 Busola topografică	243
5.22 Verificarea și rectificarea busolelor topografice	246
5.23 Declinarea busolei	247
5.24 Metode de ridicare cu busola	247
5.240 Metoda drumuirii	248
5.241 Metoda radierii	249
5.242 Metoda intersecției	249
5.25 Raportarea ridicărilor cu busola	250
5.26 Precizia ridicărilor cu busola topografică	251
5.27 Compararea preciziei ridicărilor cu busola cu precizia ridicărilor tahimetrice	251
5.28 Concluzii privind ridicările cu busola topografică	252
5.3 Ridicări expeditivă	253
5.30 Instrumente	253
5.31 Evaluarea distanțelor, pantelor și diferențelor de nivel	255
5.32 Metode de ridicare	255
5.320 Ridicarea expeditivă din vedere	255
5.321 Ridicarea expeditivă semiinstrumentală	256

307.067

Capitolul 6. PLANURI. SUPRAFETE. PARCELARI	257
6.0 Generalități	257
6.1 Obținerea produselor grafice pe cale clasică	257
6.10 Redactarea planurilor	257
6.100 Instrumente pentru redactare	257
6.101 Redactarea planimetriei	259
6.102 Reprezentarea reliefului	260
6.103 Precizia trasării curbelor de nivel prin interpolare grafică	262
6.11 Redactarea profilelor	263
6.12 Trasarea în tuș a planurilor și profilelor	264
6.2 Obținerea produselor grafice cu ajutorul instalațiilor automate	265
6.3 Verificarea și recepția finală a lucrărilor topografice	265
6.4 Reproducerea planurilor	266
6.5 Calculul suprafețelor	267
6.50 Generalități	267
6.51 Metode numerice	268
6.510 Calculul analitic	268
6.511 Calculul suprafețelor cu relații geometrice și trigonometrice	270
6.52 Metode grafice	271
6.53 Metode mecanice	272
6.6 Impărțirea suprafețelor (Parcelarea)	274
6.60 Generalități	274
6.61 Detașarea prin punct obligat	275
6.62 Detașarea paralelă	275
Capitolul 7. NOȚIUNI DE TOPOGRAFIE INGINEREASCĂ	279
7.0 Noțiuni introductive	279
7.1 Trasarea pe teren a elementelor topografice	280
7.10 Generalități	280
7.11 Trasarea punctelor și a liniilor în plan	281
7.110 Trasarea direcțiilor (unghiurilor orizontale)	281
7.111 Trasarea lungimilor	283
7.12 Trasarea punctelor și liniilor în înălțime	284
7.120 Trasarea unui punct de cotă dată sau a unei diferențe de nivel	284
7.121 Trasarea unei linii de pantă dată	286
7.2 Trasarea construcțiilor civile și industriale	289
7.20 Trasarea în plan	289
7.200 Metode. Succesiunea lucrărilor	289
7.201 Precizia de trasare	292
7.21 Trasarea în înălțime	294
7.210 Trasarea cotelor la punctele noi	294
7.211 Vizarea pe verticală	295
7.22 Trasări la execuția halelor industriale	295
7.23 Trasarea unei platforme de înclinare dată	296
7.230 Trasarea unei platforme orizontale	297

7.231	Trasarea unei platforme de pantă dată	297
7.232	Calculul terasamentelor	298
7.3	Trasarea și deschiderea liniilor în pădure	298
7.30	Generalități	298
7.31	Caz general	299
7.310	Trasarea unei linii frunte	299
7.311	Trasarea unui aliniament	300
7.32	Cazuri particulare	300
7.320	Prelungirea unui aliniament dat	300
7.321	Pichetarea unui aliniament când între punctele de capăt există vizibilitate	300
7.322	Trasarea unei linii între puncte fără vize de referință	301
7.323	Recomandări	301
7.4	Trasarea drumurilor și funicularelor forestiere	302
7.40	Generalități	302
7.41	Trasarea drumurilor	302
7.410	Aplicarea pe teren a traseului provizoriu și ridicarea în plan a benzii de studiu	302
7.411	Pichetarea traseului definitiv	303
7.412	Trasarea punctelor principale ale curbelor de racordare în arc de cerc când vârful V este accesibil	303
7.413	Trasarea punctelor principale la racordarea în arc de cerc când vârful V este inaccesibil	304
7.414	Trasarea în detaliu a curbelor de racordare circulare și trasarea curbelor de tranziție	304
7.415	Trasarea profilului în lung și a profilelor transversale tip	305
7.42	Trasarea directă a drumurilor forestiere	306
7.43	Trasarea lucrărilor de artă	306
7.44	Trasarea funicularelor	306
7.5	Urmărirea comportării construcțiilor	307
7.50	Generalități	307
7.51	Urmărirea comportării construcțiilor civile și industriale	308
7.510	Trasarea construcțiilor	308
7.511	Măsurarea înclinărilor	309
7.52	Urmărirea comportării lucrărilor de artă și terasamentelor	310
7.520	Urmărirea comportării podurilor, barajelor și zidurilor de sprijin	310
7.521	Urmărirea comportării terasamentelor	312
7.53	Metoda fotogrammetrică	312
Capitolul 8. ELEMENTE DE GEODEZIE		313
8.0	Cunoștințe generale	313
8.00	Obiectul geodeziei	313
8.01	Suprafețe de referință. Sisteme de coordonate	313
8.010	Geoid. Elipsoid	314
8.011	Coordonate	315
8.02	Reduceri. Aproximări	316
8.020	Generalități	316
8.021	Reducerea la elipsoid a mărimilor măsurate pe suprafața fizică a Pământului	317
8.022	Reducerea direcțiilor de pe elipsoid în planul de proiecție	319
8.023	Convergența meridianelor	320

8.1	Elemente de cartografie	322
8.10	Obiectul cartografiei	322
8.11	Proiecții	322
8.110	Funcții. Clasificări	322
8.111	Proiecțiile azimutale perspective	323
8.112	Alegerea unui sistem de proiecție	323
8.12	Proiecția Gauss-Kruger	324
8.120	Caracteristici. Sisteme de axe	324
8.121	Deformațiile distanțelor	325
8.122	Reducerea la coardă	326
8.123	Împărțirea în foi	328
8.124	Calculul colțurilor de trapez	329
8.13	Proiecția stereografică	331
8.130	Caracteristici. Sisteme de axe	331
8.131	Deformațiile distanțelor	331
8.132	Reducerea la coardă	332
8.133	Împărțirea în foi	333
8.134	Calculul coordonatelor colțurilor de trapez în stereografic 1970.	334
8.2	Triangulații geodezice	336
8.20	Funcții. Desfășurări	336
8.200	Funcții	336
8.201	Rețele geodezice	336
8.202	Rețeaua de triangulație astronomic-geodezică de ord. I de la noi	336
8.203	Rețele geodezice ce indeseșc rețeaua astronomic-geodezică de ord. I	338
8.204	Măsurarea unghiurilor	338
8.205	Baze geodezice	340
8.206	Puncte Laplace. Punct fundamental	340
8.21	Noțiuni privind calculul rețelelor geodezice	341
8.210	Generalități	341
8.211	Principiul compensării rețelei de ord. I	341
8.212	Principiul compensării rețelelor de ord. II; III și IV	342
8.22	Calculul rețelelor de ord. II, III, IV prin metoda observațiilor indirecte (variația coordonatelor) M.C.M.P	342
8.220	Elemente introductive	342
8.221	Calculule prealabile	343
8.222	Calculul corecțiilor	343
8.223	Controlul	352
8.224	Evaluarea preciziei.	355
8.225	Calculul unui grup de două puncte prin M.C.M.P-variația coordonatelor	356
8.23	Compensarea rețelelor de nivelment geometric prin metode riguroase	367
8.230	Elemente introductive	367
8.231	Compensarea unei rețele de nivelment geometric sprijinite prin metode observațiilor indirecte	367
8.232	Compensarea unei rețele de nivelment geometric sprijinite prin metoda observațiilor condiționate	370
8.233	Compensarea unei rețele de nivelment geometric independente prin metoda observațiilor condiționate	375
8.3	Tranșcalculări	377
8.30	Obiectul tranșcalculărilor	377
8.31	Tranșcalculări topografice	377
8.310	Tranșcalculări liniare	377

8.311	Calculule topografice prin transcalculări	380
8.32	Transcalculări geodezice	381
8.320	Transcalculări dintr-un sistem de proiecție în altul	381
8.33	Transcalcularea rețelei geodezice în plan local	381
Capitolul 9. RIDICĂRI FOTOGRAMMETRICE		383
9.0	Cunoștințe generale	383
9.00	Elemente introductive	383
9.01	Măsurători și reprezentări după fotograme	383
9.010	Cunoștințe de bază	383
9.02	Imagine plană și în spațiu	386
9.020	Vedere mono și binoculară	386
9.021	Modalități de obținere a efectului stereoscopic	388
9.022	Raportul bazei	390
9.023	Evaluarea înălțimilor	391
9.024	Relații între coordonate	394
9.03	Fotografia acriană	395
9.1	Elemente de fotografie și optică fotografică	397
9.10	Elemente introductive	397
9.11	Obiective fotogrammetrice	397
9.110	Puterea de rezolvare	397
9.111	Metricitatea imaginii	398
9.112	Distribuția luminii în planul imaginii	399
9.113	Luminozitatea obiectivelor	399
9.114	Obiective fotogrametrice	399
9.12	Elemente de sensitommetrie fotografică	401
9.120	Calitatea imaginii	401
9.121	Sensibilitatea emulsiilor	401
9.122	Curba de înnegrire	402
9.123	Puterea de rezolvare Claritate. Acutanta	404
9.124	Sensibilitatea emulsiilor față de culori	405
9.125	Fotografia în culori	407
9.13	Filtre de lumină	408
9.14	Funcția de transfer a contrastului	409
9.15	Filme. Plăci	411
9.2	Preluarea și prelucrarea imaginilor fotografice	412
9.20	Elemente introductive	412
9.21	Camera de priză	412
9.22	Proiectarea și executarea aerofotografierii	414
9.23	Preluarea fotogramelor terestre	417
9.24	Developarea. Copierea	418
9.25	Întocmirea mozaicului	418
9.26	Verificarea și aprecierea calității imaginilor fotogramelor	419
9.27	Egalizarea contrastului	421
9.28	Efectul curburii Pământului și al refracției atmosferice asupra imaginii	422
9.3	Reperajul fotogrametric	423
9.30	Cunoștințe de bază	423
9.31	Reperajul terestru	423
9.32	Aerotriangulații	425
9.320	Triangulația plană	425

9.321 Aerotriangulații	427
9.4 Fotogrammetria planigrafică	429
9.40 Generalități	429
9.41 Redresarea optico-grafică cu ajutorul camerei clare	430
9.42 Fotoredresarea	431
9.420 Principii	431
9.421 Bazele optico-mecanice ale fotoredresării	432
9.422 Fotoredresatoare cu fascicule modificate	434
9.423 Fotoredresarea	437
9.424 Precizia fotoredresării	437
9.43 Fotoplanul	439
9.430 Întocmirea fotoplanului	439
9.431 Precizia planurilor fotografice	440
9.44 Redresarea diferențiată. Ortofotoplanul	440
9.5 Stereofotogrammetria	441
9.50 Generalități	441
9.51 Restituția analogică	441
9.511 Preliminarii	441
9.512 Marca stereoscopică	442
9.52 Orientarea stereogramelor	443
9.520 Orientarea interioară	443
9.521 Orientarea exterioară	443
9.53 Sterecrestituitoare	449
9.54 Sterecorestituția	456
9.55 Ridicări combinate	458
9.6 Fotointerpretare. Teledetecție	459
Bibliografie	460

1. CUNOȘTIȚE DE BAZĂ

1.0. NOȚIUNI GENERALE

1.00. OBIECTUL ȘI IMPORTANȚA TOPOGRAFIEI

Cunoașterea teritoriilor ca poziție, mărime, formă și conținut a constituit din toate timpurile o cerință a organizării activității economice precum și pentru probleme militare. Astfel, căutându-se modalitățile reprezentării lor, deopotrivă expresive dar și precise în raport cu nevoile practicii, s-a ajuns la reprezentări grafice, convenționale, pe suprafețe plane, prin reducerea tuturor distanțelor (socotite orizontale) în aceeași proporție. Aceste reprezentări topografice (*topos = loc*), denumite sugestiv *planuri* și *hărți*, oferă atât imaginea de ansamblu a teritoriilor cât și elementele lor caracteristice de conținut. Elementele care fac obiectul ridicărilor, numite și *detalii topografice*, pot fi naturale (ape, dealuri, păduri) sau artificiale (case, drumuri, canale).

Întocmirea unui plan presupune un ansamblu de lucrări denumite, în general, *ridicări topografice* sau *ridicări în plan* care implică atât măsurători specifice pe teren cât și lucrări de birou (calculul și raportări). Hărțile, care oferă imaginea de ansamblu pe suprafețe mari și planurile, care sînt reprezentări de amănunțime, stau la baza întocmirii proiectelor de organizare a teritoriilor, a sistematizărilor și a construcțiilor de orice gen. Realizarea proiectelor presupune de obicei trasări pe teren. *Trasarea* este tot o operație topografică dar ordinea desfășurării lucrărilor este inversă celor de la ridicare: lucrări de birou, pentru calculul elementelor de aplicat (după ridicările deja efectuate) și apoi măsurători în teren.

Obiectul topografiei îl constituie, așadar, atât ridicarea în plan, denumită și operația topografică directă, cât și trasarea, respectiv operația topografică inversă.

Ridicările, ca și trasările, se execută întotdeauna în conformitate cu principiile și metodele topografiei generale. Observăm totodată că în raport cu aplicațiile, care s-au diversificat și adîncit, s-au dezvoltat și diferențiat ramuri ale topografiei ca topografia minieră, topografia în construcții, topografia în îmbunătățirile funciare etc., cunoscute și sub denumirea de topografii inginerești respectiv topografii aplicate. O latură importantă a acestor topografii o constituie participarea topografică la realizarea lucrărilor, a construcțiilor și urmărirea stabilității lor. Totodată s-a individualizat și topografia forestieră.

În economia forestieră ridicările și trasările sînt implicate direct în activitățile economice, administrative și juridice asigurînd evidența fondului forestier în situl geografic și baza cartografică necesară întocmirii amenajamentelor, a lucrărilor de ameliorații precum și a proiectării, trasării și urmării comportamentului lucrărilor de corectare a terenurilor, a instalațiilor de transport, a construcțiilor din sector etc.

1.01. MĂSURĂTORI TERESTRE

Reprezentarea plană a terenului cu o precizie corespunzătoare este o problemă complexă în special în cazul teritoriilor întinse, de mărimea unor provincii, țări sau continente. În asemenea situații se impune cunoașterea formei și dimensiunilor Pământului, a influenței acestora asupra măsurătorilor și a legilor reprezentării plane a suprafețelor curbe. Ansamblul acestor probleme constituie obiectul măsurătorilor terestre, una dintre cele mai vechi științe. Istoricul măsurătorilor terestre arată o dezvoltare continuă a lor, în strinsă legătură cu activitatea economică și politică și în intercondiționare cu dezvoltarea științei și tehnicii, în general. În prezent ea cuprinde mai multe discipline ce se diferențiază între ele fie prin funcția ce o îndeplinesc fie prin metodele folosite. Cele mai importante sînt: Cartografia studiază modul de reprezentare în plan a suprafeței generale a Pământului sau a unei porțiuni din această suprafață în scopul obținerii de planuri sau hărți.

Geodezia se ocupă cu determinarea formei și dimensiunilor Pământului în ansamblu sau pe porțiuni. De geodezie aparțin lucrările ce se efectuează pe suprafețe mari, lucrări ce iau în considerare curbura Pământului. Efectiv, acestea urmăresc determinarea riguroasă a poziției unor puncte ce constituie rețeaua de sprijin pentru ridicările de detaliu, asigurînd astfel unitatea lor.

Topografia și fotogrammetria sînt tehnici intensive de ridicare a teritoriilor care se sprijină pe punctele rețelei geodezice. Obiectivul final, care este întotdeauna același — întocmirea planurilor și hărților topografice — se realizează prin tehnici și metode total diferite. Topografia presupune parcurgerea terenului și măsurători asupra unor puncte caracteristice ale lui, pe cîtă vreme fotogrammetria prelucrează, cu aparatul specializat, imaginea fotografică a terenului, înregistrată în anumite condiții. Fotogrammetria este o tehnică relativ nouă, cu unele procese automatizate, ce asigură ridicărilor, un anumit specific precum și un randament superior, în special pe suprafețe mari.

1.02. CONȚINUTUL LUCRĂRII

Obiectul principal al lucrării îl constituie ridicările topografice respectiv cunoștințele privitoare la instrumente, metode, procedee de obținere a planurilor, prezentate sub aspectul lor general ca și cele specifice terenurilor forestiere. Aceste ridicări pot avea obiective diferite constituind părți distincte ale topografiei:

Planimetria se referă la suprafețe, detalii, limite și determinarea poziției reciproce ale punctelor în plan orizontal.

Altimetria sau nivelmentul se referă la relief, la accidentația terenului, adică la pozițiile reciproce ale punctelor în spațiu, în înălțime.

În cadrul cunoștințelor de topografie sînt prezentate și principalele probleme de suprafețe și trasare din sectorul forestier.

Întrucît ridicarea în plan a fondului forestier se extinde pe suprafețe mari de teren și presupune rezolvarea unor probleme ce derivă din utilizarea rețelelor de sprijin și îndesirea lor, sînt redată și unele noțiuni de cartografie și mai ales elemente de geodezie privitoare la aspectele cu care este confruntat topograful forestier: sisteme de proiecție utilizate la noi

în țară, compensări riguroase (planimetrice și altimetrice), redeterminarea punctelor geodezice pierdute, transcalculări etc.

Un loc corespunzător dețin și *metodele fotogrammetrice*, cu precădere cele aerofotogrammetrice, care sînt acreditate și folosite în mod curent în sectorul economiei forestiere, de multă vreme.

1.03. NOȚIUNI TOPOGRAFICE DE BAZĂ

În lucrările topografice se operează în mod frecvent cu mărimi liniare și unghiulare, ce se măsoară pe teren sau se deduc prin calcule și care vor fi prezentate în detaliu în capitolele următoare. Sensul general al unora dintre aceste noțiuni topografice de bază poate fi dedus prin reprezentarea a două puncte din teren A și B , cunoscute, pe un plan vertical (fig. 1.1) și pe un plan orizontal (fig. 1.2). Astfel se disting :

- a) Alinamentul AB , rezultat din intersecția suprafeței terenului cu un plan vertical ce trece prin punctele A și B ;
- b) Distanța înclinată L_{AB} , respectiv segmentul de dreaptă din spațiu considerat pe suprafața fizică a Pământului ($L_{AB} = AB$);
- c) Distanța redusă la orizont D_{AB} , ce reprezintă proiecția ortogonală a distanței înclinate L_{AB} pe un plan orizontal de referință ($D_{AB} = AB_0$);
- d) Suprafața de nivel, oarecare, perpendiculară în orice punct al ei la direcția accelerației gravitației, ce poate fi dusă prin orice punct și asimilată cu planul orizontal al locului (pe suprafețe limitate);
- e) Suprafața de nivel zero, ce se identifică cu nivelul oceanelor și mărilor deschise presupuse în echilibru (geoidul), reprezintă suprafața de referință a nivelmentului (fig. 1.6, c);
- f) Elipsoidul de referință, considerată cea mai apropiată figură geometrică de geoid;
- g) Cota absolută Z_A , notată uneori și cu H_A , ce reprezintă distanța pe verticală de la suprafața de nivel zero pînă la punctul A .
- h) Diferența de nivel ΔZ_{AB} (ΔH_{AB}) sau cota relativă, adică distanța pe verticală între suprafețele de nivel ce trec prin punctele A și B , respectiv diferența dintre cotele acestor puncte ($\Delta Z_{AB} = Z_B - Z_A$) (fig. 1.1);
- i) Panta terenului (p_{AB}) sau tangenta trigonometrică a unghiului de înclinare φ_{AB} al liniei AB , exprimată de regulă în procente (%) sau promile (‰);

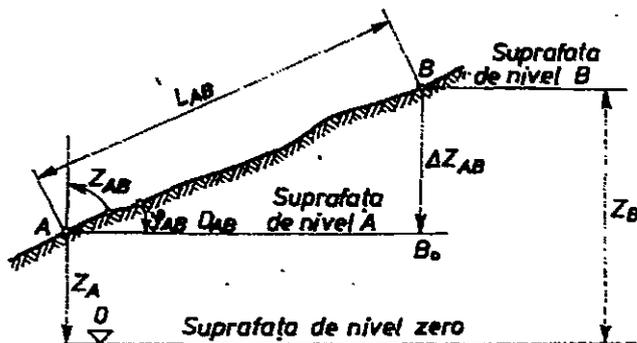


Fig. 1.1. Elemente topografice în plan vertical.

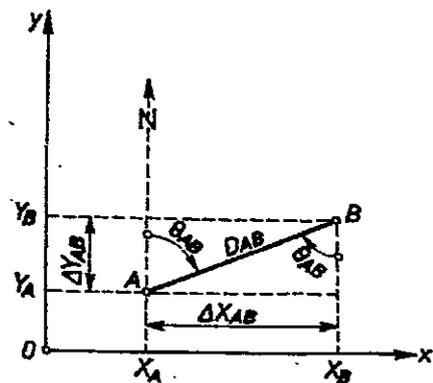


Fig. 1.2. Elemente topografice în plan orizontal.

cu unghiurile de înclinare ale
pantei, a. p. să fie consecutive

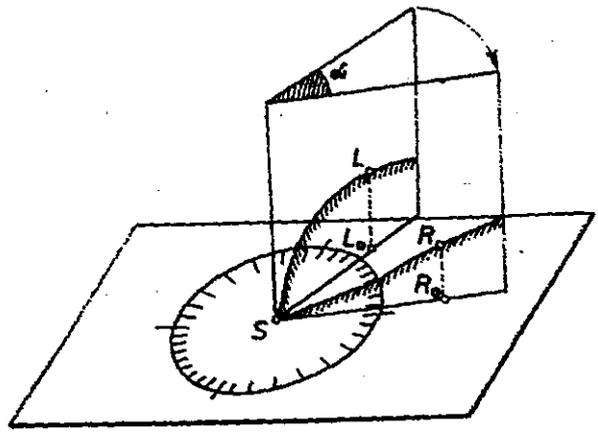


Fig. 1.3. Principiul măsurării unghiurilor.

j) *Profilul topografic* al traseului AB , ca reprezentare grafică a liniei de intersecție dintre un plan vertical dus prin cele două puncte și suprafața terenului (fig. 1.1);

k) *Unghiul vertical* al liniei, terenului, ce se exprimă în mod curent ca *unghi de înclinare* φ_{AB} , considerat în raport cu orizontala, cînd poate fi pozitiv sau negativ, sau ca *unghi zenital* Z_{AB} dat în raport cu verticala locului (fig. 1.1);

l) *Unghiul orizontal*, definit de proiecțiile orizontale ale

direcțiilor SL și SR din spațiu, respectiv unghiul diedru al planelor verticale ce cuprind cele două direcții (fig. 1.3);

m) *Orientarea* θ_{AB} ce reprezintă unghiul orizontal format de direcția nord, ca direcție de referință și direcția AB , măsurat în sens direct, adică de la nord spre dreapta. Funcție de direcția nord considerată, se disting și orientări diferite (§1.15);

n) *Coordonatele absolute plane* X_A, Y_A , ca mărimi liniare ce definesc poziția în plan a unui punct A reprezintă distanțele de la punctul A la sistemul axelor de coordonate plane X, Y (fig. 1.2);

o) *Coordonatele relative plane* $\Delta X_{AB}, \Delta Y_{AB}$, respectiv proiecțiile distanței AB , reduse la orizont, pe axele X și Y ale sistemului de coordonate. Împreună cu cota relativă ΔZ_{AB} , servesc la calculul coordonatelor absolute X_A, Y_A, Z_A — (relațiile 1.14, 1.15, fig. 1.28);

p) *Coordonatele polare*, distanța d_1 și unghiul α_1 respectiv raza vectoare și unghiul polar ce definesc poziția unui punct (1) în plan față de o dreaptă de referință MN dată (fig. 1.4, a);

r) *Coordonate echerice* x_{M1} și y_{M1} ale unui punct (1), ce reprezintă distanțele perpendiculare ce determină poziția lui în plan în raport cu o direcție de referință dată (fig. 1.4, b).

1.04. PRINCIPII ALE TOPOGRAFIEI GENERALE

Lucrările de topografie se întemeiază pe unele principii și se desfășoară în conformitate cu unele reguli general valabile atât pentru ridicarea în plan cit și pentru trasare.

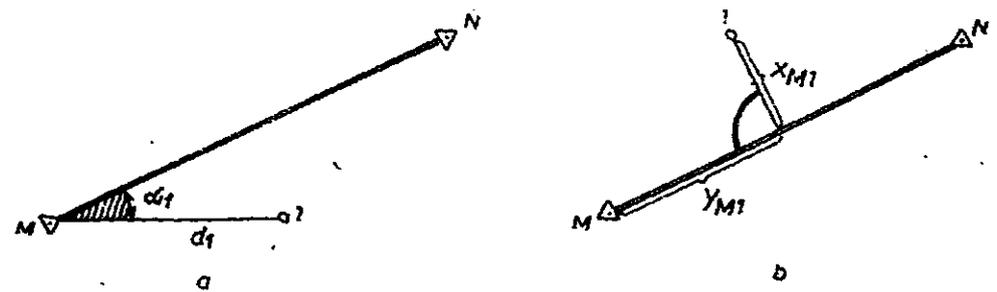


Fig. 1.4. Definierea poziției unui punct în plan :
a—prin coordonate polare; b—prin coordonate echerice.

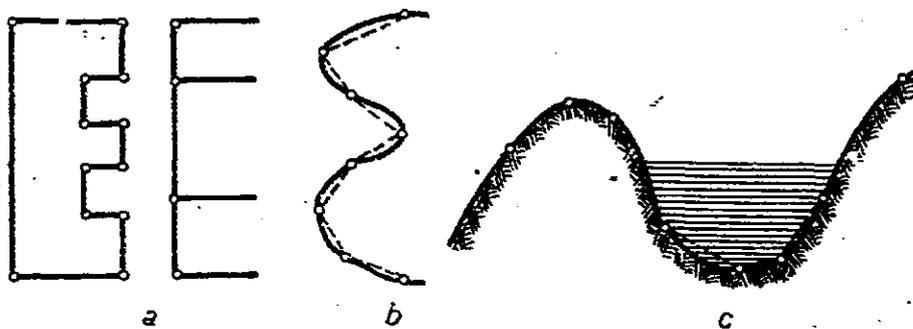


Fig. 1.5. Puncte topografice caracteristice.

Definirea detaliilor prin puncte caracteristice. Obiectul ridicării în plan, ca și al trasării, îl constituie detaliul topografic. Orice detaliu (natural sau artificial) și orice situație dată din teren (limită, suprafață, înălțime) poate fi definită printr-o serie de puncte alese în mod judicios, la schimbarea de direcție a liniilor de contur sau la schimbarea de pantă. Prin puncte caracteristice se înțelege numărul minim de puncte ce permite determinarea și reprezentarea pe plan, sau trasarea unui detaliu topografic, cu precizia necesară (fig. 1.5).

Prin descompunerea detaliilor în puncte caracteristice figurile neregulate se geometrizează, liniile sinuoase se transformă în linii frunte ce se determină și se reprezintă mai ușor. Operația este valabilă atât pentru contururi în plan (fig. 1.5, a, b) cât și pentru înălțimi (fig. 1.5, c).

Rețele de sprijin. Atât ridicarea cât și trasarea (detaliilor) se bazează pe o rețea de sprijin oricare ar fi precizia cerută, scara de reprezentare, mărimea suprafeței sau domeniul de activitate. Rețeaua de sprijin este constituită, pentru planimetrie, de punctele rețelei geodezice iar pentru altimetrie de punctele rețelei nivelmentului general.

Aceste rețele, numite și rețele de stat, se extind pe întreg teritoriul național și sînt determinate cu o mare precizie. Astfel, ele asigură cadrul general al ridicărilor și deci unitatea lor.

Punctele rețelelor de sprijin sînt definite numeric față de sisteme de referință specifice și sînt marcate la teren în mod corespunzător.

Sisteme de referință. Sistemele de referință trebuie să fie legate de suprafața Pămîntului și în așa fel concepute, alese și precizate încît să asigure o legătură funcțională, bilaterală, între reprezentare și teren.

Pentru planimetrie, referința o constituie sistemul cartografic adoptat, cu axele lui, funcție de care se exprimă punctele geodezice (prin urmare și punctele determinate funcție de acestea) prin coordonate carteziane, x și y (fig. 1.6, a, b). O axă, de obicei x , este dirijată în direcția nordului.

Pentru altimetrie, respectiv pentru înălțimi, referința o constituie suprafața de nivel zero (fig. 1.6, c).

În anumite condiții, pe suprafețe mici, se admit ca referințe și sisteme, respectiv rețele, independente, locale.

Marcarea punctelor. Toate punctele rețelei de sprijin, ca și cele ce vor servi la ridicarea de noi puncte se vor materializa pe teren prin borne, reperi sau țăruiși. La trasare, fiecare punct transpus pe teren se va marca într-un mod corespunzător.

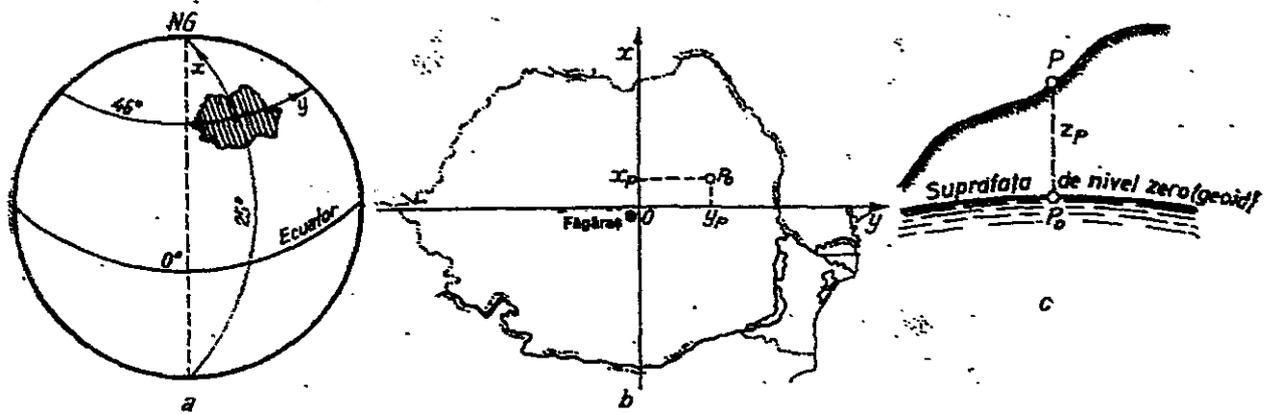


Fig. 1.6. Sistem de referință legat de suprafața pământului :
a, b - în plan; c - în spațiu.

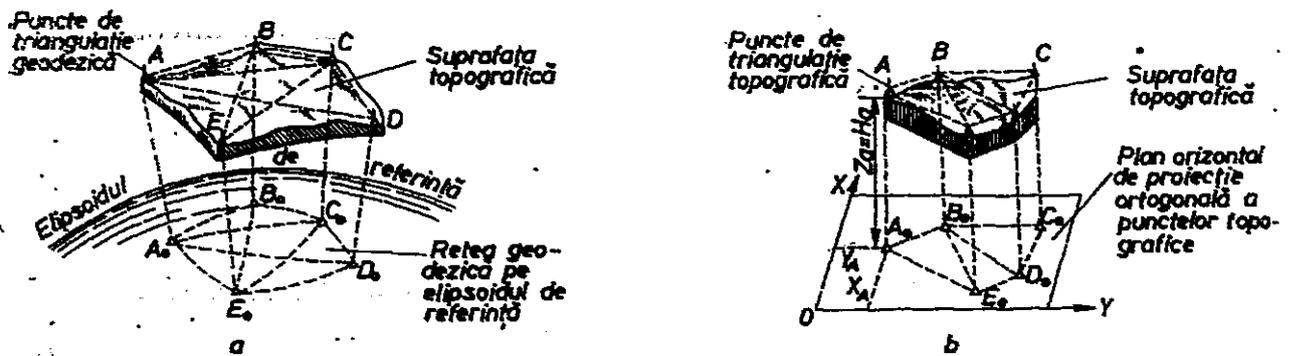


Fig. 1.7. Proiecția punctelor :
a - în geodezie - distanțe mari
b - în topografie - distanțe mici.

Proiecția ortogonală a punctelor. Un sistem unitar de reprezentare pe suprafețe mari reclamă ca punctele de pe suprafața Pământului să fie transpuse mai întâi pe suprafața elipsoidului de referință prin proiectante la acesta. Atâta timp cât distanțele dintre puncte sînt mari (cazul rețelilor geodezice), normalele la elipsoid nu sînt paralele ci converg spre o zonă din centrul Pământului (fig. 1.7, a). Dacă însă distanțele sînt mici, cazul ridicărilor topografice propriu-zise, proiectantele pot fi interpretate ca fiind paralele. Practic, rețelele geodezice realizează o astfel de densitate încît în lucrările topografice, care se întemeiază pe ele, proiectantele pot fi considerate ortogonale paralele (fig. 1.7, b).

În cazul distanțelor, această cerință se realizează prin reducerea lor la orizont. Astfel, oricare ar fi înclinările terenurilor, se va obține întotdeauna de-a dreptul suprafața de care are nevoie practica adică suprafața utilă de construcție respectiv suprafața productivă (fig. 1.8).

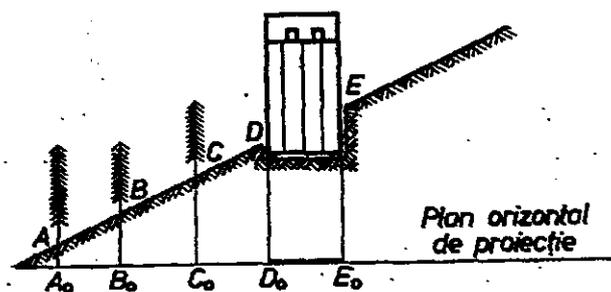


Fig. 1.8. Suprafața productivă și baza de construcție.

Succesiunea determinărilor. Ridicarea și trasarea se execută din aproape în aproape, de la puncte cunoscute, la cele necunoscute, de la puncte ale rețelei de sprijin la cele de detaliu. Un punct odată determinat sau trasat poate servi la determinarea sau trasarea altora noi.

Succesiunea operațiilor de măsurare. În baza celor arătate mai sus rezultă că, în general, se staționează în puncte cunoscute (vechi) și se vizează la puncte necunoscute (noi, de determinat). Există și situații când se staționează în punctele de determinat (intersecția înapoi, drumuirea cu stații sărite) sau în puncte oarecare (în nivelmentul geometric). Dar, oricare ar fi punctul staționat se vor duce întâi vizele (sau viza) de referință spre punctele cunoscute (sau care vor deveni ulterior cunoscute) și apoi vizele (sau viza) de determinare spre cele noi, necunoscute (încă).

Alegerea soluțiilor. Orice situație din teren admite, atât la ridicare cât și la trasare, rezolvări tehnice multiple. Întotdeauna se va alege varianta, respectiv metoda, aparatura și modul de lucru, care să asigure precizia cerută, cu maxim de randament.

1.1. PLANURI ȘI HĂRȚI

1.10. SCĂRI

Scara unei reprezentări topografice este raportul constant dintre lungimile grafice și corespondentele lor orizontale din teren.

1.100. SCĂRI NUMERICE

Scările numerice se exprimă sub forma unui raport în care numărătorul este egal cu unitatea iar numitorul, un număr rotund, arată de câte ori este mai mare lungimea naturală orizontală decât cea de pe plan. Dacă D este o distanță din teren redusă la orizont, iar d omoloaga ei de pe plan, scara va fi :

$$Sc = d/D = 1/D : d = 1/N \quad (1.1)$$

În reprezentările topografice se folosesc scările de micșorare al căror numitor N poate avea, conform STAS 2-59, valorile :

$$10^n, 2 \times 10^n, 5 \times 10^n \text{ eventual } 2,5 \times 10^n$$

n fiind un număr întreg. Ultima valoare nu este recomandată, dar este permisă.

Scara unui plan se alege în funcție de precizia cerută sau de formatul hîrtiei.

Cu ajutorul relației 1.1 se rezolvă unele probleme privind folosirea planurilor. Numitorul N fiind un număr adimensional, D rezultă în aceeași unitate de măsură în care este dat d și invers. Spre exemplu la scara 1 : 5 000, înseamnă că 1 mm de pe plan reprezintă 5 000 mm în teren.

Pentru a afla corespondentul din teren, direct în m al unui mm de pe plan, se împarte numitorul scării cu 1 000. De exemplu la scara 1 : 500, un mm de pe plan reprezintă 0,5 m pe teren, iar la scara 1 : 25 000 un mm reprezintă 25 m.

1.101. SCĂRI GRAFICE

Scările grafice sînt reprezentări pe hîrtie sau pe rigle de metal a scărilor numerice. Ele servesc la obținerea directă, fără calcule, a lungimilor de pe teren sau de pe plan în funcție de corespondentele lor (de pe plan sau de pe teren).

Scara grafică simplă este de fapt o linie gradată milimetric în stînga originii (talonul) și centimetric în dreapta ei, cu o bază care se repetă de mai multe ori (fig. 1.9). Graficul se întocmește corespunzător scării planului și se folosește împreună cu un distanțier : virful din dreapta se așază pe o diviziune rotundă iar la virful din stînga, ce cade pe talon, se citesc și se estimează valorile fracționare (fig. 1.9).

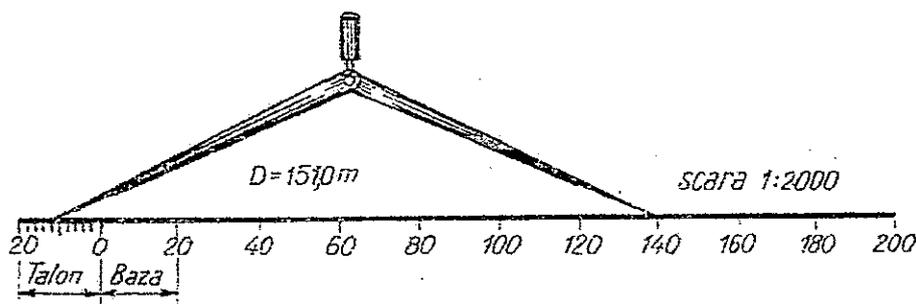


Fig. 1.9. Scara grafică simplă.

Scara grafică transversală, sau compusă, se întocmește pe rigle metalice și asigură o evaluare mai sigură a distanțelor (fig. 1.10). În acest caz se urcă cu virfurile distanțierului, menținîndu-le la același nivel, pînă cînd cel de pe talon întîlnește o linie înclinată, cel din dreapta rămînînd la o diviziune rotundă.

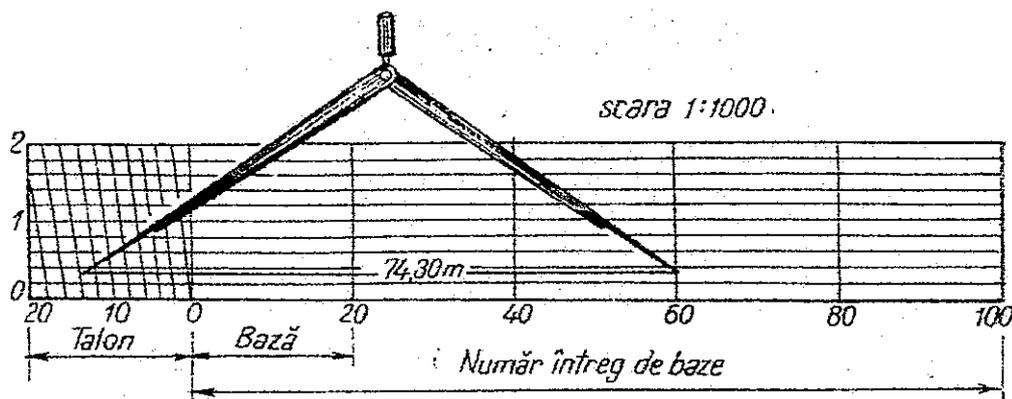


Fig. 1.10. Scara grafică transversală.

Mărimea scării, respectiv a numitorului N , este o caracteristică de bază a planului, ce condiționează conținutul și utilitatea lui. Scara este mare când valoarea raportului este mare adică atunci când numitorul N este mic (spre ex. 1/500) și dimpotrivă este mică dacă are numitorul N mare (spre ex. 1/100 000). Planurile la scări mari conțin mai multe detalii decât cele la scări mici și permit în același timp raportarea și evaluarea elementelor topografice (distanțe, suprafețe, unghiuri) cu mai multă siguranță.

Precizia grafică de raportare și citire a unei distanțe se poate considera de $\pm 0,2$ mm corespunzător acuității vederii normale. Așadar, la scara 1/500 eroarea reprezintă $\pm 0,10$ m, iar la scara 1/25 000 ar însemna $\pm 5,0$ m (tabelul 1.1).

Tabelul 1.1

Clasificarea reprezentărilor topografice

Felul reprezentării	Intervaie de scară	Scări efective	Precizia grafică
Hărți geografice	$<1 : 200\ 000$	Diverse	—
Hărți topografice	1 : 200 000 — 1 : 25 000	1 : 200 000 1 : 100 000 1 : 50 000	$\pm 40,00$ m $\pm 20,00$ m $\pm 10,00$ m
Planuri topografice	1 : 25 000 — 1 : 5 000	1 : 25 000 1 : 10 000 1 : 5 000	$\pm 5,00$ m $\pm 2,00$ m $\pm 1,00$ m
Planuri de situație	$>1 : 2\ 500$	1 : 2 500 1 : 2 000 1 : 1 000 1 : 500	$\pm 0,50$ m $\pm 0,40$ m $\pm 0,20$ m $\pm 0,10$ m

Scara reprezentărilor topografice condiționează numărul și dimensiunile minime ale obiectelor ce se pot figura pe plan și servesc în același timp la clasificarea lor.

1.11. CLASIFICAREA REPREZENTĂRIILOR TOPOGRAFICE

Planurile topografice sînt reprezentări la scări mari, pînă la 1/10 000; în raport cu mărimea foii ele conțin suprafețe mici de teren (o comună, o pădure), dar cu multe detalii (fig. 1.11). Scara unui plan este aceeași pe tot cuprinsul lui.

Hărțile sînt reprezentări la scări mici ce cuprind suprafețe de mărimea unui județ, provincii, țări. Pînă la scara 1/200 000 hărțile se numesc topografice, iar cele la scări mai mici se numesc hărți geografice (vezi tabelul 1.1). Scara hărților nu mai este riguros constantă pe cuprinsul lor; variația ei este funcție de mărimea suprafeței reprezentate (cu cît scara este mai mică, cu atît mai mare este variația scării) și de sistemul de proiecție adoptat.

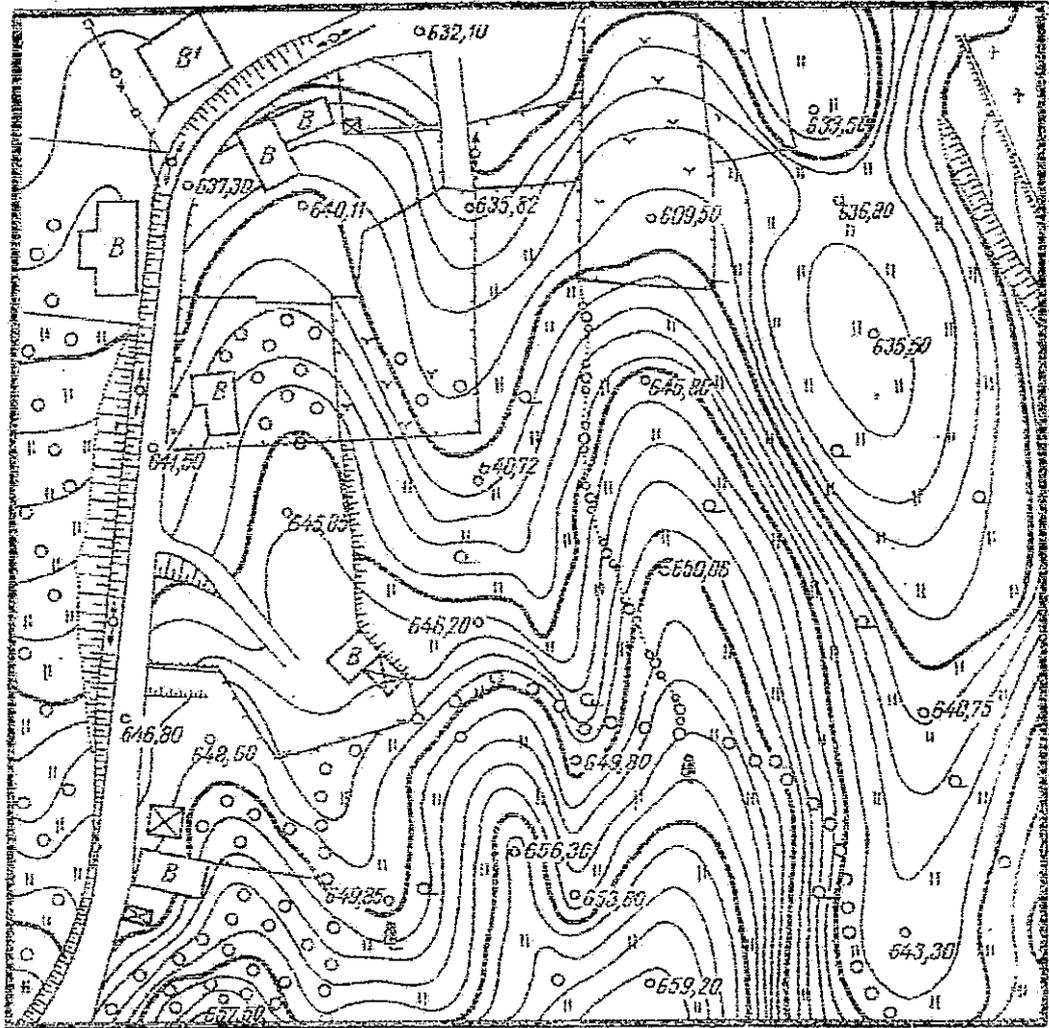


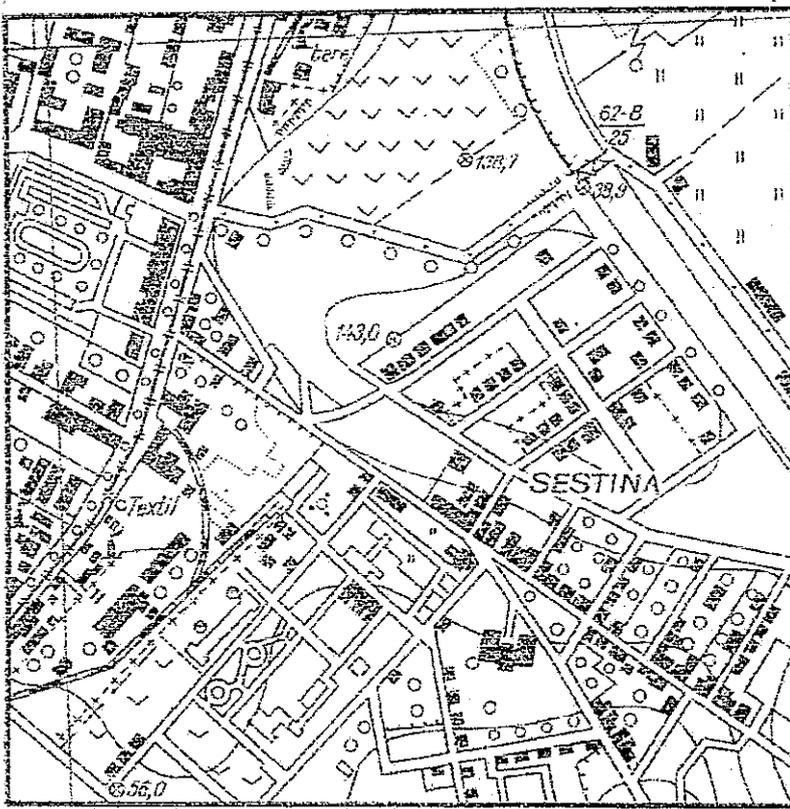
Fig. 1.11. Plan topografic. Scara 1 : 500 ; $c = 1$ m.

1.12. CONȚINUTUL PLANURILOR ȘI HĂRȚILOR

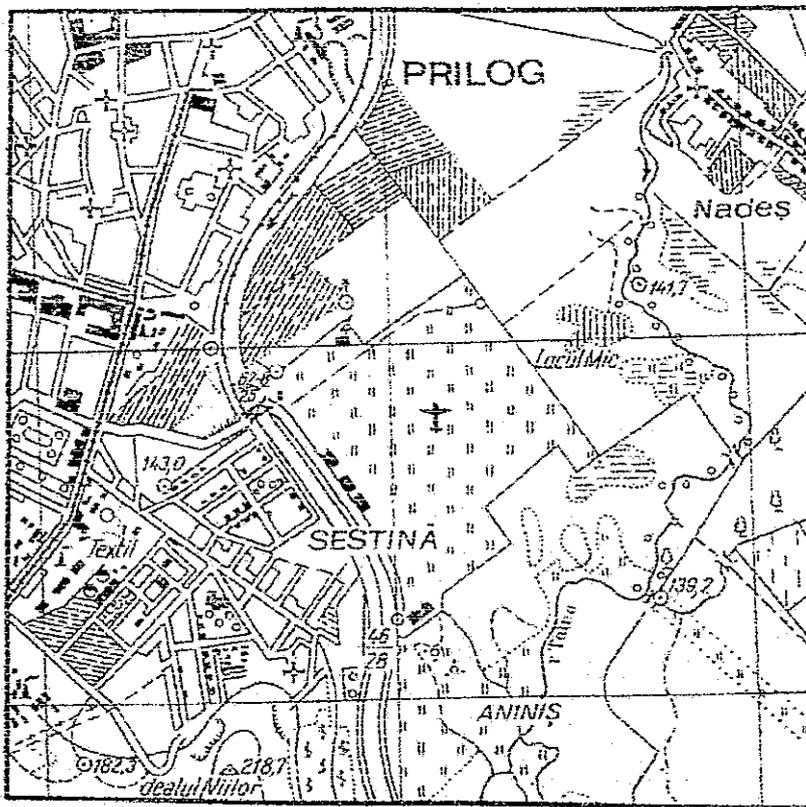
Planurile și hărțile, ca reprezentări grafice, pot cuprinde detalii de planimetrie, respectiv ceea ce există pe suprafața topografică creat de natură sau de om și detalii de altimetrie sau formele de relief.

Detaliile de planimetrie se reprezintă convențional, funcție de scara planului și de mărimea lor. Pe planuri la scări mari aceste detalii se reprezintă de obicei la scară și o mică parte numai prin semne convenționale (borne, stâlpi etc.). Deoarece la scări mici numărul detaliilor ce nu pot fi reprezentate la scară crește, se procedează în mod diferențiat: la cele de mică importanță (dependințe, șanțuri, văi mai mici) se renunță, unele se figurează grupat (casele în cvartale de locuințe, terenurile de aceeași destinație), iar altele se reprezintă în desen dar nu la scară (căi ferate, șosele, stâlpi etc.) (fig. 1.12).

Semnele convenționale sînt desene schematici, simple, generalizate, alese în așa fel încît pe cît posibil să sugereze imaginea detaliului din realitate. După natura lor semnele convenționale pot fi de scară, folosite în



a



b

Fig. 1.12. Reprezentări topografice la scări diferite
 a - Scara 1:10 000; b - Scara 1:25 000

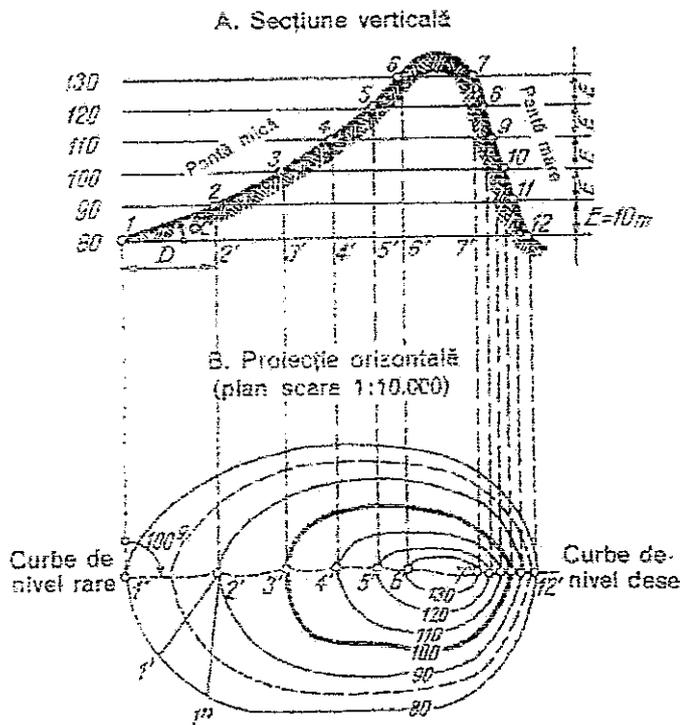


Fig. 1.13. Sistemul curbelor de nivel.

Detaliile de altimetrie, respectiv relieful terenului, se reprezintă pe planuri și hărți de asemenea convențional, prin linii sau curbe de nivel și foarte rar prin hașuri.

reprezentarea detaliilor mici ce nu pot fi reprezentate la scară și de contur pentru reprezentarea limitelor desenate la scara hărții (păduri, mlaștini, grădini).

Semnele convenționale topografice sînt date în atlase speciale, întocmite la noi de către Direcția Topografică Militară (DTM) pentru scările 1/25 000—1/5 000 iar folosirea lor este obligatorie. Forma lor este în general aceeași dar dimensiunile sînt date în funcție de scară. Fiecare sector din activitatea economică (construcții, agricultură, transporturi) utilizează în plus semne convenționale specifice.

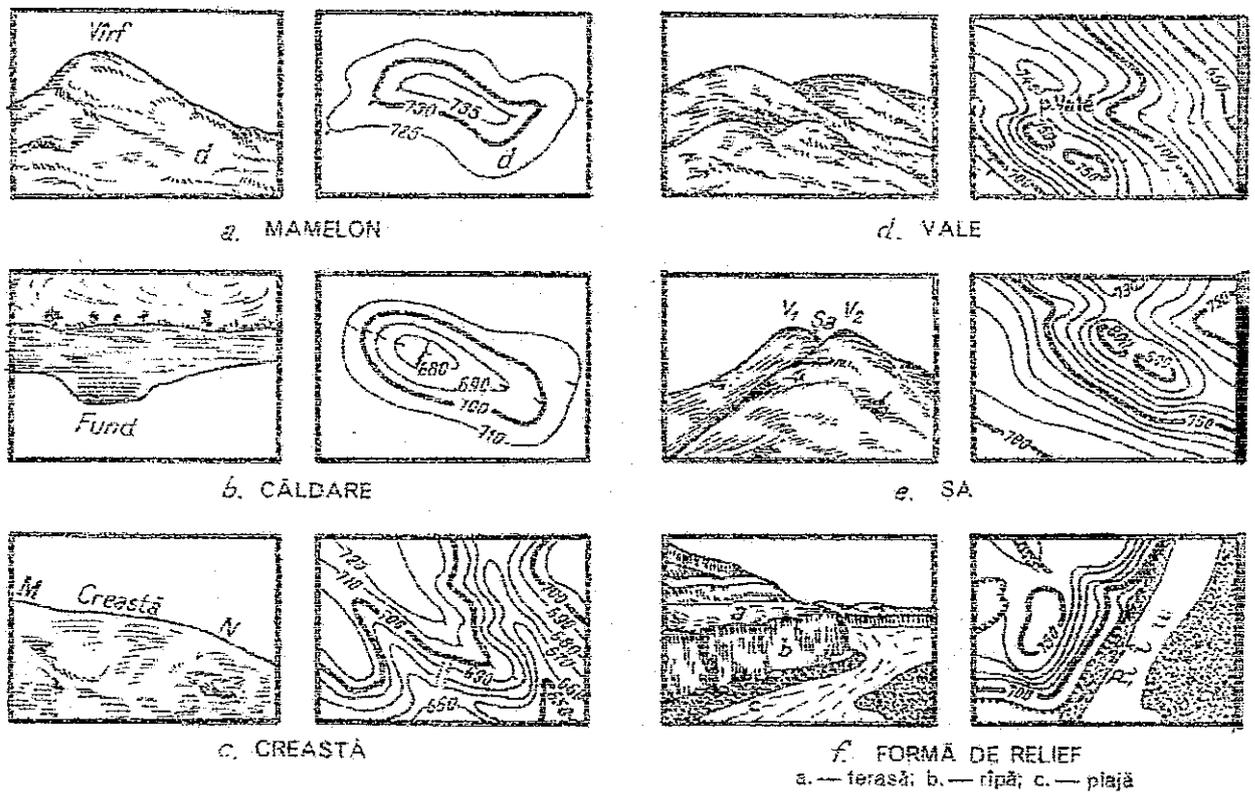


Fig. 1.14. Forme de relief.

Teoretic, curbele sau liniile de nivel s-ar obține prin secționarea terenului cu suprafețe de nivel echidistante și prin proiectarea liniilor de intersecție, reduse la scară, pe un plan de proiecție (orizontal) (fig. 1.13). Echidistanța liniilor de nivel (E) se alege, în general, funcție de precizia de redare a reliefului, de scara planului și de accidentația terenului. Formele de relief pot fi distinse ușor după alura și valoarea liniilor de nivel (fig. 1.14).

Pe o foaie de hartă mai apar (fig. 1.17) : caroiajul geografic dat de meridianele și paralelele ce o delimitează, cadrul geografic reprezentat pe contur prin spații albe și negre corespunzătoare unui minut de latitudine și longitudine și caroiajul geometric (kilometric) alcătuit din paralele duse la axele de coordonate la intervale corespunzătoare scării (fig. 1.17, linii pline). În partea inferioară pot fi desenate o scară grafică (fig. 1.8) și un grafic de pantă (§1.131, fig. 1.21).

1.13. UTILIZĂRI CURENTE ALE PLANURILOR ȘI HĂRȚILOR

Hărțile și planurile topografice cu linii de nivel, sînt piese valoroase prin care imaginea terenului este adusă la birou. Ele se întocmesc periodic pentru evidența suprafețelor și a destinației lor, pentru elaborarea proiectelor de folosire rațională a teritoriilor și servesc ca bază la întocmirea proiectelor de construcții de toate genurile. Elementele necesare trasării acestora se deduc, de asemenea, de pe planuri topografice.

În general, planurile și hărțile furnizează informațiile generale asupra teritoriului reprezentat și permit determinarea unor elemente topografice de planimetrie (distanțe, suprafețe, unghiuri) sau de nivelment (cote, diferențe de nivel etc.).

Pentru economia forestieră o importanță deosebită o au reprezentările la scările : 1/25 000 pentru studii de ansamblu și întocmirea de scheme de proiectare ; 1/10 000 pentru întocmirea lucrărilor de amenajare a pădurilor și ținerea unor evidențe ; 1/5 000 care este planul fundamental al țării și care tinde să se generalizeze ca bază și pentru întocmirea amenajamentelor și 1/2 000 ca plan de situație pentru diverse proiecte.

1.130. HĂRȚILE ȘI PLANURILE ÎN RECUNOAȘTEREA TERENULUI

Primele informații asupra terenului se obțin prin *citirea hărții*, respectiv prin studierea ei la birou cînd se pot „vedea” sau „imagina” elementele de suprafață — localități, păduri, drumuri etc. — ca și formele de relief. Poziția diferitelor detalii se precizează în raport cu altele mai importante și mai ușor de identificat, folosind direcțiile cardinale.

Recunoașterea terenului se face prin parcurgerea lui cu harta în mînă ; în primul rînd se stabilește locul în care ne aflăm prin intermediul unor detalii din teren figurate și identificate pe hartă. Urmează *orientarea hărții* respectiv aducerea direcției nord în corespondență cu direcția nordului din teren ; în acest scop harta se rotește pînă cînd direcțiile de pe ea devin paralele cu omoloagele lor din teren. Orientarea se realizează în raport cu detaliile din teren situate în apropiere (fig. 1.15) sau folosind busola de buzunar (fig. 1.16).

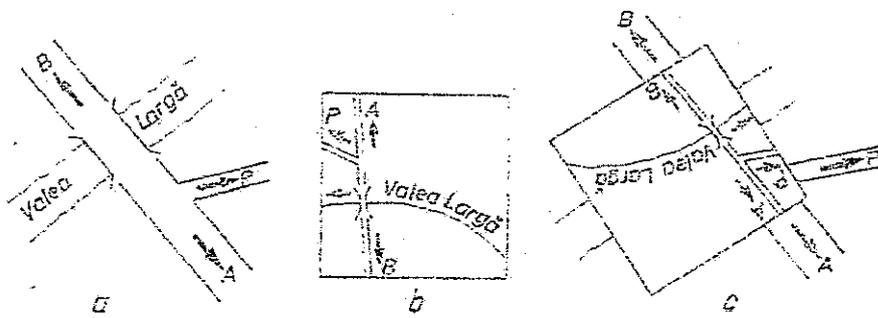


Fig. 1.15. Orientarea hărții cu ajutorul detaliilor topografice :
a - teren; b - hartă; c - hartă orientată.

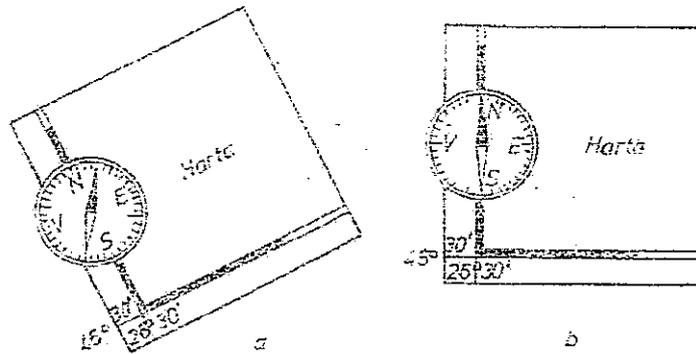


Fig. 1.16. Orientarea hărții pe teren cu busoia :
a - hartă neorientată; b - hartă orientată.

În continuare, un detaliu oarecare, reprezentat prin semnul convențional respectiv, se caută pe teren în direcția indicată de hartă și la distanța corespunzătoare.

1.131. DETERMINAREA UNOR ELEMENTE DE PLANIMETRIE

Coordonatele geografice, longitudinea λ și latitudinea φ , se deduc în funcție de caroiajul geografic prin interpolare lineară. Se folosesc în acest sens paralele la cadrul geografic, duse cu linii întrerupte și valorile înscrise pe acesta (fig. 1.17).

Coordonatele plane X și Y se determină folosind caroiajul geometric trasat pe hartă cu linii pline (în cazul figurii 1.17 din 500 în 500 m). În cazul particular al punctului A ele se citesc direct. Pentru un punct oarecare P se citesc mai întâi coordonatele X_{C1} și Y_{C1} ale originii pătratului în care se găsește; la acestea se adaugă apoi creșterile ΔX și ΔY calculate funcție de distanțele d_1 și d_2 măsurate pe plan și numitorul scării N (fig. 1.17) :

$$X_P = X_{C1} + d_1 \cdot N; \quad Y_P = Y_{C1} + d_2 \cdot N \quad (1.2)$$

Pentru control se pot folosi coordonatele colțului C_3 și distanțele d_3 și d_4 .

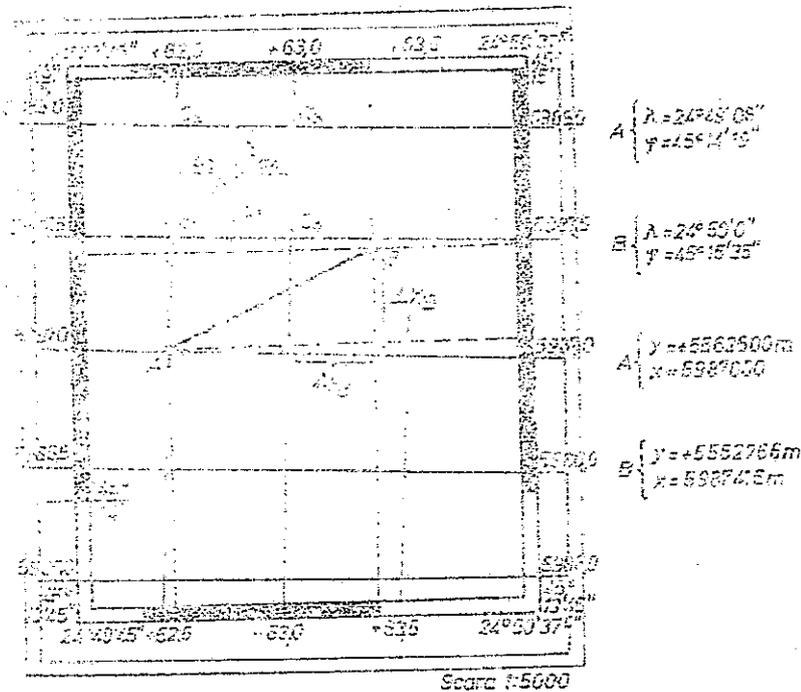


Fig. 1.17. Determinarea coordonatelor pe hartă.

Distanța orizontală D dintre două puncte rezultă din distanța de pe plan d , măsurată cu o riglă și numitorul scării N :

$$D = d \cdot N \quad (1.3)$$

Când traseul este sinuos se folosește curbimetrul (fig. 1.18). Dispozitivul acestuia înregistrează fie direct distanța naturală, corespunzătoare scării respective, fie distanța de pe plan în mm ce se transformă prin calcul în distanța din teren.

Distanța înclinată L , care se folosește la trasări, se obține funcție de distanța orizontală D și unghiul de înclinare φ sau zenital Z (fig. 1.1).

$$L_{AB} = D_{AB} / \cos \varphi_{AB} \text{ respectiv } L_{AB} = D_{AB} / \sin Z_{AB} \quad (1.4)$$

Suprafețele pot fi evaluate prin procedee diferite funcție de forma lor și instrumentul folosit (§ 6.5).

Unghiurile orizontale și orientările se măsoară cu raportorul direct pe plan: în primul caz gradația zero se suprapune peste una din direcții iar în al doilea pe direcția nordului considerată paralelă cu latura mică a planului (fig. 1.19). Când raportorul are gradația inversă zero se duce pe direcția respectivă iar orientarea se citește pe direcția nordului.

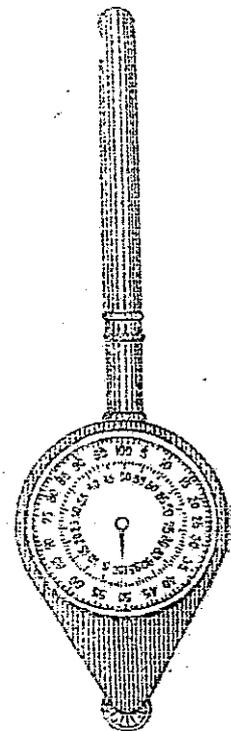


Fig. 1.18 Curbimetrul.

1.132. DETERMINAREA UNOR ELEMENTE DE ALTIMETRIE

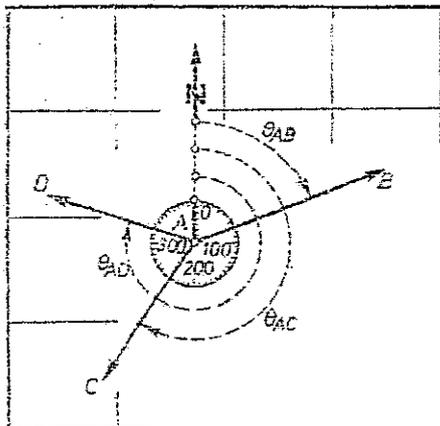


Fig. 1.19. Măsurarea orientărilor pe plan.

Cota unui punct situat pe o linie de nivel are exact valoarea acesteia, care se citește direct. În cazul unui punct oarecare M se duce linia de cea mai mare pantă amb și se măsoară pe plan distanțele $ab = d$ și $am = d_1$ (fig. 1.20). Cota punctului M din teren rezultă :

$$Z_M = Z_A + \Delta Z_{AM}$$

$$\text{unde : } \Delta Z_{AM} = E \cdot d_1/d \quad (1.5)$$

D_{AB} și diferența de nivel $\Delta Z_{AB} = Z_B - Z_A$, ambele deduse de pe plan (vezi figura 1.1) :

$$\text{tg } \varphi_{AB} = \Delta Z_{AB}/D_{AB} \quad (1.6)$$

Valoarea unghiului de înclinare a terenului φ_{AB} se obține cu ajutorul tabelelor sau a calculatorului, semnul lui (pozitiv sau negativ) fiind dat de semnul diferenței de nivel.

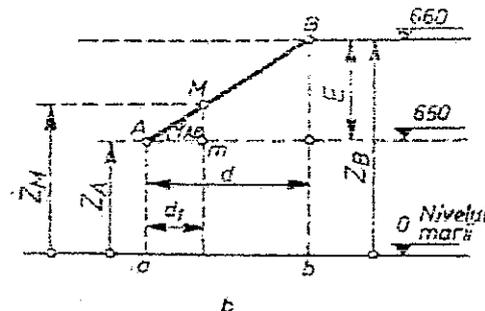


Fig. 1.20. Determinarea cotei unui punct ;
a - plan ; b - elevație;

Panta terenului exprimată la sută sau la mie se calculează cu aceleași elemente de mai sus :

$$p \% = (\Delta Z/D) \cdot 100 ; \quad p^0/100 = (\Delta Z/D) \cdot 1000 \quad (1.7)$$

și reprezintă creșterea pe verticală corespunzătoare unei deplasări pe orizontală cu 100 respectiv cu 1000 m.

Valoarea unghiului φ sau a pantei în procente se obține operativ cu graficul de pantă (fig. 1.21). Pe abscisă se înscrie panta în procente sau în grade ; pe ordonată se trec distanțele corespunzătoare, reduse la scară, calculate pentru echidistanța $E = \Delta Z$ a planului :

$$D = 100 E/p \% \text{ respectiv } D = E/\text{tg } \varphi \quad (1.8)$$

Dacă se ia între virfurile unui compas distanța d , dintre două curbe de nivel consecutive și se transpune pe grafic se citește direct valoarea pantei în procente (fig. 1.21 a) sau înclinarea în grade (fig. 1.21, b).

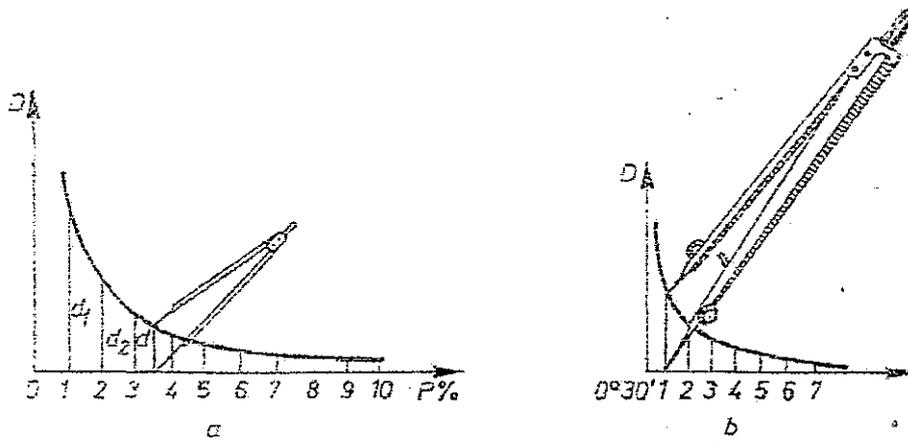


Fig. 1.21. Grafic de pantă :
 a - $p=3,5\%$; b - $\varphi=1^\circ$.

Profilul terenului pe o anumită direcție este definit ca linia de intersecție dintre suprafața terenului și un plan vertical ce conține direcția respectivă. Elementele necesare redactării unui profil -- distanțele reduse la orizont între punctele lui și diferențele de nivel -- se deduc după plan. Punctele caracteristice (picheții) se consideră la intersecția direcției respective cu liniile de nivel.

Profilul longitudinal al direcției AB se obține prin raportarea la o anumită scară, pe o linie orizontală a picheților în funcție de distanța dintre ei (fig. 1.22). Pe această linie, considerată și plan de comparație, se

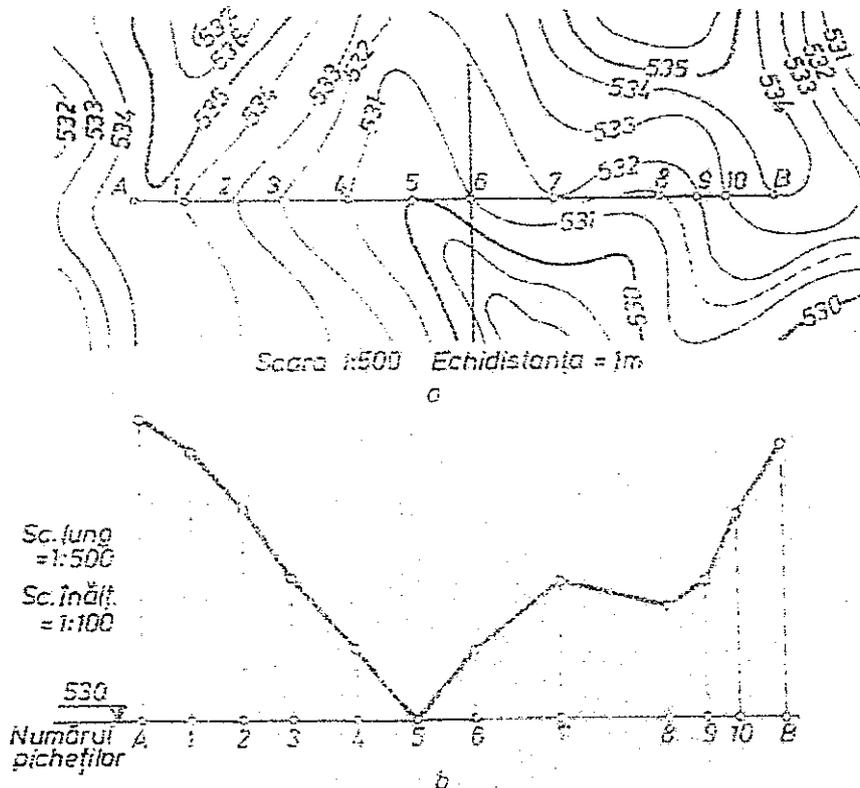


Fig. 1.22. Profil longitudinal:
 a - plan de situație; b - profil.

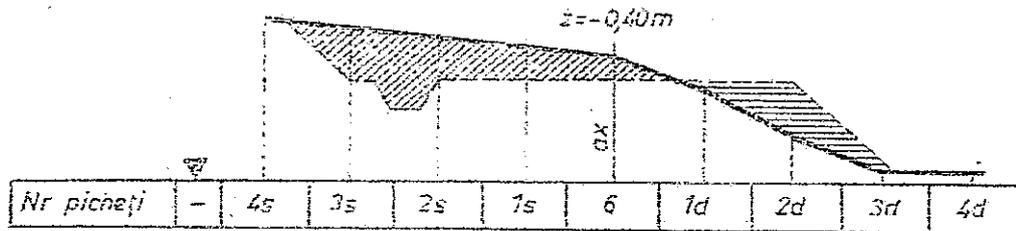


Fig. 1.23. Profil transversal (in punctul 6 fig. 1.22.).

ridică perpendiculară pe care se reprezintă poziția în înălțime a punctelor, la o scară de 5—50 ori mai mare decât a lungimilor. Profilul în lung conține, după necesitate, mai multe linii cu elemente caracteristice (distanțe, distanțe cumulate, cote, pante etc.).

Profilul transversal se întocmește pe o direcție perpendiculară a profilului în lung după același principiu arătat mai sus (fig. 1.23). Scara lungimilor se ia egală cu a înălțimilor. Dacă peste linia terenului, în funcție de cota de lucru z , se plasează profilul tip al instalației de transport, se deduc suprafețele de umplură și de săpătură.

Trasarea unei linii de pantă dată se impune la proiectarea unor instalații de transport pentru a stabili traseul cel mai scurt care să nu depășească o declivitate (p %) impusă (fig. 1.24). În funcție de aceasta și de echidistanța liniilor de nivel (E) cunoscută, se calculează distanța orizontală din teren (D) minimă :

$$p \% = \operatorname{tg} \varphi \cdot 100 = (e/D) 100$$

de unde

$$D = (E/p) \cdot 100 \quad (1.9)$$

Distanța se reduce la scară ($d = D/N$), se ia în distanțier și se aplică pe plan așa încât virturile lui să se sprijine pe două linii de nivel alăturate. Se obține astfel o linie frântă de pantă continuă, deoarece la distanțe egale corespunde aceeași diferență de nivel.

1.14. UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Lungimile se exprimă în metri cu multiplii și submultiplii lui introdus în majoritatea țărilor și la noi din 1864. Corespondența dintre sistemul metric cu unitățile mai vechi folosite la noi ca și cu unitățile de măsură din S.U.A și Anglia, considerate de bază în literatura mondială, este dată în tabelul 1.2.

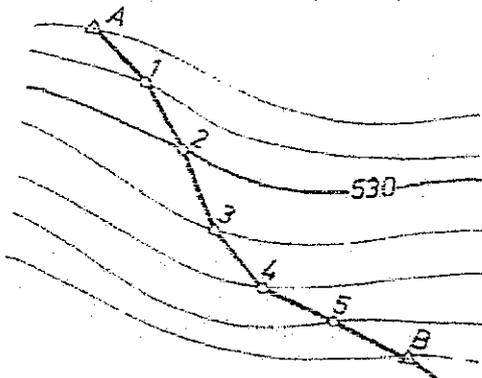


Fig. 1.24. Trasarea pe plan a unei linii de pantă dată.

Suprafețele se dau în unități de măsură derivate din cele folosite la măsurarea lungimilor. Pentru sistemul metric :

$$1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2, 1 \text{ ha} = 100 \text{ ari} =$$

$$10\,000 \text{ m}^2 \text{ și } 1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha},$$

Unități de măsură vechi și anglo-saxone pentru lungimi și suprafețe

Unități de lungime			Unități de suprafață			Folosit în
Unitatea	Submultipli	Echivalentul în m	Unitatea	Submultipli	Echivalentul în m ²	

I. UNITĂȚI VECHI ROMĂNEȘTI

1 stinjen	8 palme	1,97	1 stinjen ²	—	3,87 m ²	Țara româ- nească
1 prăjină	3 stinjeni	5,90	1 prăjină	54 stinj.	208,82 m ²	
1 stinjen	8 palme	2,23	1 prăjină	36 stinj.	179,02 m ²	Moldo- va
1 prăjină	4 stinjeni	8,92	1 falce	80 prăj.	14 321,95 m ²	
1 stinjen	6 picioare	1,89	1 stinjen 1 jugăr	— 1 600 st	3,59 m ² 5 754,64 m ²	Tran- silv.

II. SISTEMUL ANGLO-SAXON

1 inch(țol)	—	0,0 254	1 square inch	—	6,4 516 cm ²	Anglia
1 foot (picior)	12 inches	0,3 048	1 square foot	144 sq.in	9,2 903 dm ²	Como- wealt S.U.A
1 yard	3 feet s	0,9 144	1 square yard	9 square feet s	0,8 361 m ²	
1 fathom	3 yards	1,8 288	1 acre	4 840 sq. yards.	4 046,94 m ²	
1 milă te- restră	1 760 yrd.	1:609,34	1 square mile	640 acre s	2,5 899 km ²	
1 milă marină	10 cabel- town s	1.852,2	—	—	—	

Iar cele rezultate din alte unități de exprimare a lungimilor sînt specifi caț în tabelul 1.2.

Unghiurile se măsoară în grade, minute și secunde sexagesimale sau centezimale (tabelul 1.3). Valoarea diviziunilor și raportul dintre cele două sisteme de diviziune a cercului se poate stabili ușor.

Uneori se folosește și radianul definit ca unghiul la centru corespunzător unui arc egal cu raza cercului; mărimea lui se exprimă ca raport dintre valoarea unghiulară și cea lineară a cercului de rază egală cu unitatea, adică :

$$\rho^{\circ} = 360^{\circ}/2\pi \text{ respectiv } \rho^{\prime} = 400^{\prime}/2\pi \quad (1.10)$$

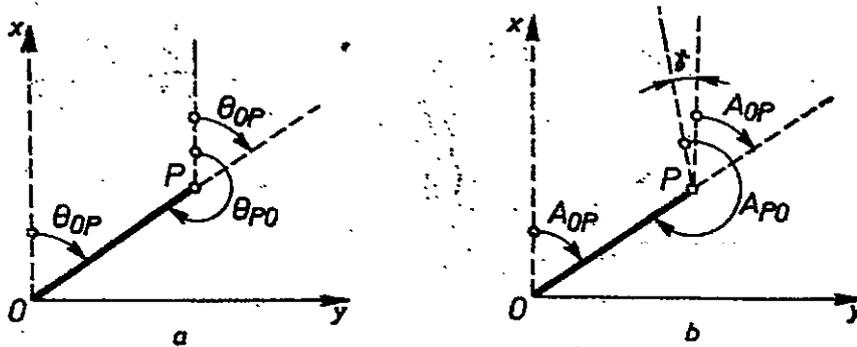


Fig. 1.26. Orientări (a) și azimute (b) directe și inverse.

0—400°. În același timp ea este strâns legată de sistemul cartezian de referință al punctelor în plan: în sistemul de proiecție utilizat la noi axa O_x se consideră pe direcția nordului (fig. 1.5, fig. 1.26, a, fig. 1.28).

Pentru o direcție AB se disting mai multe orientări în funcție de direcția nord considerată (fig. 1.25): *orientarea magnetică* θ_m , măsurată cu busola față de nordul magnetic N_m , *azimutul* A în raport cu nordul geografic N , al locului A și *orientarea* θ , față de o paralelă dusă prin A la axa Ox , respectiv la meridianul originii.

Detalii privind declinația magnetică (δ) și convergența meridianelor (γ) (fig. 1.25) adică:

$$\delta = \theta_m - A \quad \text{și} \quad \gamma = A - \theta \quad (1.11)$$

sînt date la § 5.21 și § 8.023. Cu aceste diferențe de mărimi variabile, dar cunoscute pentru o anumită dată și loc, se stabilesc ușor corespondențele:

$$A = \theta + \gamma \quad \text{și} \quad A = \theta_m - \delta \quad (1.12)$$

În lucrările topografice ce se desfășoară pe suprafețe restrînse se folosesc orientările θ ; în geodezie se ia în considerare convergența meridiană și se utilizează azimutele A . Raportul orientărilor și azimutelor directe (fig. 1.26, a) și inverse (fig. 1.26, b) este așadar diferit:

$$\theta_{PO} = \theta_{OP} \pm 200^\circ \quad \text{respectiv} \quad A_{PO} = A_{OP} \pm 200^\circ + \gamma \quad (1.13)$$

Orientările și liniile lor trigonometrice sînt folosite la calculul poziției punctelor în plan. În locul cercului trigonometric se apelează la cercul topografic pus de acord cu modul de măsurare a orientărilor: originea pe direcția nord (axa Ox) și sensul de creștere direct (fig. 1.27). Deși aspectul cercului topografic este schimbat, regulile trigonometrice de lucru sînt identice, pentru unghiuri egale ($\theta = \alpha$) rezultînd valori trigonometrice egale.

Coordonatele absolute plane ale unui punct se calculează în funcție de coordonatele relative (fig. 1.28):

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB} \quad \text{și} \quad Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB} \quad (1.14)$$

$$\Delta X_{AB} = D_{AB} \cos \theta_{AB} \quad \text{și} \quad \text{ctg} \Delta Y_{AB} = D_{AB} \sin \theta_{AB} \quad (1.15)$$

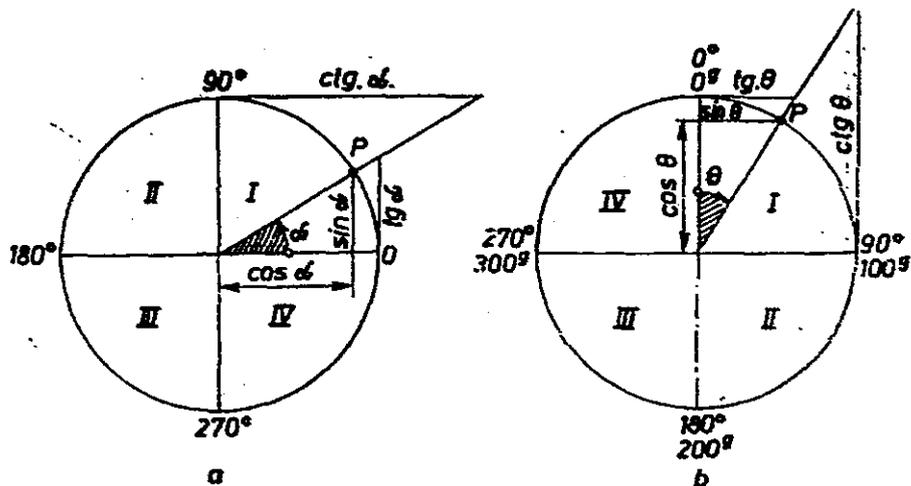


Fig. 1.27. Representarea grafică a funcțiilor trigonometrice :
 a - cercul trigonometric; b - cercul topografic.

La rândul lor, orientările pot fi calculate din coordonate (fig. 1.28) :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_{AB} &= (Y_B - Y_A) / (X_B - X_A) = \Delta Y / \Delta X \text{ sau} \\ \operatorname{ctg} \theta_{AB} &= (X_B - X_A) / (Y_B - Y_A) = \Delta X / \Delta Y \end{aligned} \quad (1.16)$$

Semnul coordonatelor relative arată cadranul în care se găsește orientarea (tabelul 1.4), iar valoarea ei se deduce cu ajutorul tabelelor de valori naturale (§ 1.20) sau cu ajutorul calculatorului (§1. 21)

1.2. MIJLOACE DE CALCUL

Lucrările topografice, geodezice și fotogrammetrice reclamă, în general, prelucrarea unui mare volum de date, de naturi diferite, simple sau complexe. Pentru rezolvarea efectivă a calculului s-a apelat, în timp, la mij-

Tabelul 1.4

Semnul coordonatelor relative

Coordonate relative	Δx	Δy
Cadran		
I	+	+
II	-	+
III	-	-
IV	+	-

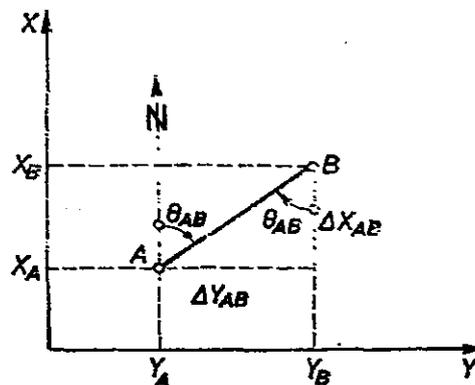


Fig. 1.28. Calculul coordonatelor.

loace variate (nomograme, tabele, mașini, calculatoare) a căror utilizare a fost și este diferențiată în funcție de randament și posibilități.

Astfel calculul cu logaritmi este greoi și practic abandonat astăzi, nomogramele sînt folosite doar pentru control și calcule expeditiv, mașinile de calculat manuale sau electrice și tabelele sînt utilizate din ce în ce mai puțin cedînd locul calculatoarelor electronice.

1.20. TABELE

1.200. TABELE DE VALORI NATURALE

Astfel de auxiliare permit rezolvarea a două probleme frecvente: determinarea valorii funcțiilor trigonometrice uzuale (sin, cos, tg, ctg) pentru un unghi dat și aflarea unghiului corespunzător unei linii trigonometrice de valoare cunoscută.

Cele mai folosite tabele de acest gen au fost întocmite la noi de D. Ciurileanu (1923). Cele reeditate în 1950 dau valorile liniilor trigonometrice cu 6 zecimale, pentru unghiuri din 10 în 10 secunde centezimale și din 3 în 3 secunde sexagesimale, cu diferențe tabelare de 1 secundă pentru interpolare directă. În plus sînt date produsele $\cos^2\varphi$ și $\sin\varphi\cos\varphi$ folosite în ridicările tahimetrice. Tabelele mai vechi (I. G. Niculescu) dau valorile din minut în minut și completate cu diferențe tabelare din 10 în 10 secunde.

Toate tabelele sînt întocmite pentru unghiuri cuprinse în cadranul I (0—100°). Pentru valori mai mari unghiurile sînt reduse la primul cadran, în conformitate cu regulile cunoscute din trigonometrie (fig. 1.29). În tabelul 1.5 sînt specificate segmentele ce reprezintă grafic valorile liniilor trigonometrice dar și corespondentele lor din cadranul I, iar în tabelul 1.6 sînt centralizate rezultatele. Utilizarea tabelelor de valori naturale este exemplificată în tabelul 1.7.

Tabelul 1.

Reducerea la cadranul I (fig. 1.29)

Cadran orient. θ	I $\theta_I = \alpha$	II $\theta_{II} = 100^\circ + \alpha$	III $\theta_{III} = 200^\circ + \alpha$	IV $\theta_{IV} = 300^\circ + \alpha$
Funcție trigonom.				
sin θ	$CM'_1 = \sin \alpha$	$CM'_2 = CM''_1 = \cos \alpha$	$-CM'_3 = CM'_1 = -\sin \alpha$	$-CM'_4 = CM''_1 = -\cos \alpha$
cos θ	$CM''_1 = \cos \alpha$	$-CM''_2 = CM'_1 = -\sin \alpha$	$-CM''_3 = CM''_1 = -\cos \alpha$	$CM''_4 = CM'_1 = \sin \alpha$
tg θ	$AN = \operatorname{tg} \alpha$	$-AR = BK = -\operatorname{ctg} \alpha$	$AN = AN = \operatorname{tg} \alpha$	$-AR = BK = -\operatorname{ctg} \alpha$
ctg θ	$BK = \operatorname{ctg} \alpha$	$-BV = AN = -\operatorname{tg} \alpha$	$BK = BK = \operatorname{ctg} \alpha$	$-BV = AN = -\operatorname{tg} \alpha$

Tabelul 1.6

Centralizatorul reducerii la cadrantul I

Cadrant orient. θ	I $\theta_2 = \alpha$	II $\theta_2 = 100^\circ + \alpha$	III $\theta_2 = 200^\circ + \alpha$	IV $\theta_2 = 300^\circ + \alpha$
Linia trigonom.				
$\sin \theta$	$+\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
$\cos \theta$	$+\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$+\sin \alpha$
$\operatorname{tg} \theta$	$+\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$+\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \theta$	$+\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$+\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$

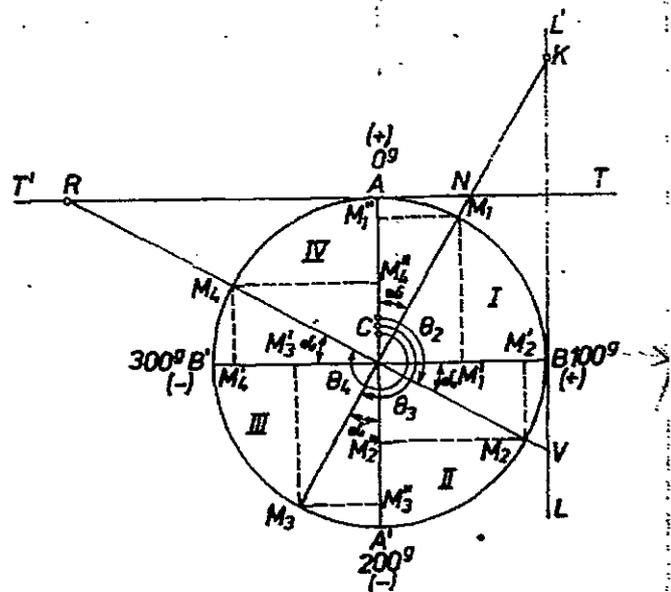


Fig. 1.29. Cercul topografic. Reducerea la primul cadran.

1.201. TABELE DE COORDONATE

Relațiile topografice simple, respectiv funcțiile de două variabile, au fost calculate în tabele. Acestea cuprind calculele frecvente, de mare volum, cum ar fi : reducerea distanțelor la orizont și calculul diferenței de nivel în funcție de distanțele măsurate direct sau indirect și unghiul de înclinare și calculul coordonatelor relative funcție de distanța redusă și sinusul sau cosinusul orientării. La noi, tabelele de coordonate au fost editate de către inginerii silvici topografi D. I. C i u r i l e a n u (1953) și Gh. A g a p i e (1958) și reprezintă o simplificare a calculelor cu mașina și tabelele de valori naturale.

1.21. CALCULATOARE ELECTRONICE

Calculatoarele electronice, apărute după anul 1940, s-au perfecționat și s-au răspândit repede. Utilizarea lor în calculele topografice reprezintă o adevărată revoluție, care tinde să se generalizeze și să elimine mijloacele clasice.

Primul calculator cu relee electromagnetice (de fapt precursori ai calculatoarelor moderne) au început să fie construite începând cu anul 1940 în S.U.A. Din această categorie se menționează cu deosebire calculatorul M A R K. I., datat 1944. Între anii 1942—45 în S.U.A a fost construit primul calculator electronic automat cu tuburi electronice denumit ENIAC. În Europa, primele calculatoare se datoresc lui ZÜSE (Germania 1942) și EDSAC — Cambridge.

Făcînd referire la calculatoarele electronice propriu-zise se pot distinge patru generații de calculatoare și anume : I (cu tuburi electronice), II (cu tranzistori), III (cu circuite microelectrice mai ales integrate) și IV (cu circuite integrate) cu sporirea atît a capacității memoriei la 10^7 biți, cît și a vitezei de lucru la 10^8 operații pe secundă.

Utilizarea tabelelor de valori naturale

I Valoarea liniei trigonometrice pentru un unghi dat	
Cadran I	$\sin 23^{\circ} 52' 83'' = + \sin 23^{\circ} 52' 83'' = + 0,361225$ $\cos 23^{\circ} 52' 83'' = + \cos 23^{\circ} 52' 83'' = + 0,932479$ $\operatorname{tg} 23^{\circ} 52' 83'' = + \operatorname{tg} 23^{\circ} 52' 83'' = + 0,387382$ $\operatorname{ctg} 23^{\circ} 52' 83'' = + \operatorname{ctg} 23^{\circ} 52' 83'' = + 2,581432$
Cadran II	$\sin 178^{\circ} 41' 12'' = + \cos 78^{\circ} 41' 12'' = + 0,332654$ $\cos 178^{\circ} 41' 12'' = - \sin 78^{\circ} 41' 12'' = - 0,943049$ $\operatorname{tg} 178^{\circ} 41' 12'' = - \operatorname{ctg} 78^{\circ} 41' 12'' = - 0,352743$ $\operatorname{ctg} 178^{\circ} 41' 12'' = - \operatorname{tg} 78^{\circ} 41' 12'' = - 2,834928$
Cadran III	$\sin 284^{\circ} 85' 24'' = - \sin 84^{\circ} 85' 24'' = - 0,971826$ $\cos 284^{\circ} 85' 24'' = - \cos 84^{\circ} 85' 24'' = - 0,235699$ $\operatorname{tg} 284^{\circ} 85' 24'' = + \operatorname{tg} 84^{\circ} 85' 24'' = + 4,123160$ $\operatorname{ctg} 284^{\circ} 85' 24'' = - \operatorname{ctg} 84^{\circ} 85' 24'' = + 0,242532$
Cadran IV	$\sin 312^{\circ} 66' 04'' = - \cos 12^{\circ} 66' 04'' = - 0,980291$ $\cos 312^{\circ} 66' 04'' = + \sin 12^{\circ} 66' 04'' = + 0,197561$ $\operatorname{tg} 312^{\circ} 66' 04'' = - \operatorname{ctg} 12^{\circ} 66' 04'' = - 4,961968$ $\operatorname{ctg} 312^{\circ} 66' 04'' = - \operatorname{tg} 12^{\circ} 66' 04'' = - 2,015329$

II Valoarea unghiului corespunzător unei linii trigonometrice date

I	$\operatorname{tg} \theta_{12} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+ 174,22}{+ 256,19} = + 0,680042 ; \alpha = 38^{\circ} 01' 93'' \theta_{12} = 38^{\circ} 01' 93''$
II	$\operatorname{tg} \theta_{12} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+ 272,85}{- 1575,12} = - 0,173225 ; \alpha = 89^{\circ} 08' 05'' \theta_{12} = 189^{\circ} 08' 05''$
III	$\operatorname{ctg} \theta_{34} = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{- 545,12}{- 992,28} = + 0,549361 ; \alpha = 68^{\circ} 01' 92'' \theta_{34} = 268^{\circ} 01' 92''$
IV	$\operatorname{ctg} \theta_{65} = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{- 114,52}{+ 1213,80} = - 0,094348 ; \alpha = 5^{\circ} 98' 87'' \theta_{65} = 305^{\circ} 98' 87''$
$\sin \theta_{44} = 0,945459$	$\alpha_1 = 78^{\circ} 87' 73'' \theta_1 = 78^{\circ} 87' 73''$ $\alpha_2 = 21^{\circ} 12' 27'' \theta_2 = 121^{\circ} 12' 27''$
$\sin \theta_{67} = - 0,262613$	$\alpha_1 = 16^{\circ} 91' 69'' \theta_1 = 216^{\circ} 91' 69''$ $\alpha_2 = 83^{\circ} 08' 31'' \theta_2 = 383^{\circ} 08' 31''$
$\cos \theta_{78} = 0,032165$	$\alpha_1 = 97^{\circ} 95' 20'' \theta_1 = 97^{\circ} 95' 20''$ $\alpha_2 = 2^{\circ} 04' 80'' \theta_2 = 302^{\circ} 04' 80''$
$\cos \theta_{29} = - 0,806142$	$\alpha_1 = 40^{\circ} 31' 03'' \theta_1 = 240^{\circ} 31' 03''$ $\alpha_2 = 59^{\circ} 68' 97'' \theta_2 = 159^{\circ} 68' 97''$

Prinul calculator românesc, din generația I—a CIFA—1, a fost construit și pus în funcțiune la IFA — București, în 1957. A urmat apoi CIFA—2,3,4 și 5 și CIFA 101 și 102, cele de la Timișoara MECIPT 1 și 2 și cele de la Cluj — DACICC 1 și DACICC 200, ambele din generația a doua. În prezent, la noi, calculatoarele mijlocii și mari (generația II—III) sînt grupate în centre teritoriale de calcule electronice, care deservește și serviciile de ridicări în plan.

Tipurile de calculatoare electronice folosite în mod frecvent în calculele topografice sînt de caracteristici variate.

Calculatoarele de buzunar au dimensiuni reduse. Cele simple, cum ar fi Felix CE 835 fabricat la noi, permit efectuarea numai a operațiunilor aritmetice de bază. Cele cu funcții trigonometrice (sin, cos, tg) dau valoarea acestora directă și inversă, eventual logaritmi, funcții exponențiale, radicali, ridicări la putere, funcții statistice etc. Valorile naturale ale funcțiilor trigonometrice se dau direct pentru gradație sexagesimală și centezimală, eventual indirect prin transformare. Pentru aflarea unghiului corespunzător unei linii trigonometrice date sînt necesare cunoștințele de reducere la primul cadran deoarece calculatorul afișează doar unghiul α (§ 1.200 figura 1.29, tabelul 1.6). Din această categorie pot fi amintite cele din seria Casio fx, Texas, Hewlett-Packard și cel românesc Felix CE 825. În sfîrșit, calculatoarele de buzunar cu program, construite pentru calcule simple, furnizează rezultatele pe baza datelor inițiale ce se introduc și a programului corespunzător înregistrat pe benzi magnetice.

Calculatoarele de birou, micro și minicalculatoarele, se prezintă de asemenea într-o mare varietate de tipuri și modele fiind de caracteristici similare celor de buzunar, superioare sau mult superioare, unele făcînd tranziția dintre calculatoarele de buzunar și cele mijlocii. Din categoria acestora face parte calculatorul românesc Felix CE (30, 33, 126), M 118, Independent 100, Olivetti (program 101) etc.

Calculatoarele electronice mijlocii și mari, din generațiile II și III din dotarea unor instituții specializate, pot rezolva, pe bază de program, calcule topografice complexe : calculul și compensarea drumurilor, transcalculări, compensări prin metode riguroase etc. Dintre acestea menționăm calculatoarele IBM 360 și Wang 2 200 ca și calculatoarele românești Felix 256, 512, 1024 etc.

toarele IBM 360 și Wang 2 200 ca și calculatoarele românești Felix 256, 512, 1024 etc.

1.22. NOMOGRAME

Nomogramele și diagramele sînt grafice de calcul folosite în lucrări expeditivă și la controlul aproximativ al calculelor topografice.

Diagramele sînt reprezentări grafice a unor relații între două sau trei variabile de forma $y = f(x)$ sau $z = f(x, y)$. Nomogramele sînt

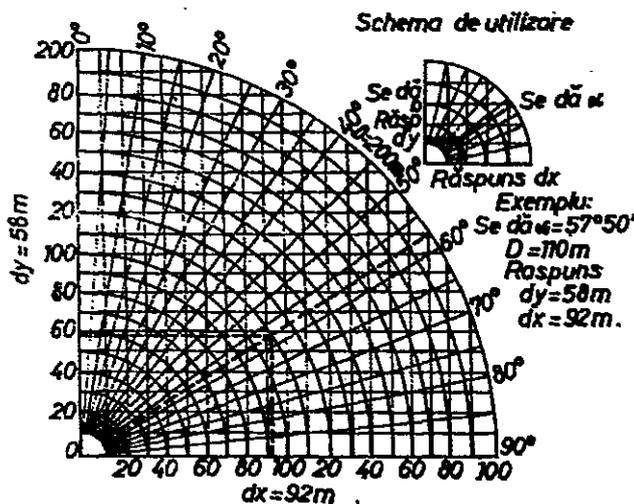


Fig. 1.30. Nomograma pentru calculul coordonatelor relative.

grafice asemănătoare ce permit citirea funcțiilor de mai multe variabile, pentru toate soluțiile posibile.

Fiecare calcul presupune întocmirea unei nomograme specifice; spre exemplu pentru calculul coordonatelor relative (relațiile 1.15) se poate folosi o nomogramă ca cea din figura 1.30.

La noi Ion Coflea a publicat un volum de nomograme topografice cu principalele relații de calcul. Precizia lor depinde de scara de reprezentare și de modul de execuție.

I. Croitoru a întocmit de asemenea nomograme pentru unele calcule folosite în lucrările topo-geodezice (vezi figura 2.86).

13. ERORI

1.30. MĂSURĂTORI ȘI EVALUAREA LOR

1.300. ELEMENTE INTRODUCATIVE. DEFINIȚII

Întrucât măsurarea repetată a unei mărimi nu dă riguros același rezultat, se conchide că, orice măsurătoare este afectată de erori.

Erorile ca nepotriviri (mici) dintre măsurători, precum și dintre măsurători și mărimile de referință, se datorează: aparatelor de măsurat (erori instrumentale), operatorului (erori personale) și ambianței în care se fac măsurătorile (erori de mediu) precum și variațiilor de stare ale acestor cauze. Un rol important are și metoda de lucru.

Valoarea adevărată (reală, perfectă) X a mărimilor nu este accesibilă practicii, dar gradul de apropiere a mărimilor obținute din măsurători față de această valoare interesează în chip deosebit și efectiv, el poate fi exprimat.

Erora valorii măsurate (M_i, L_i) a unei mărimi față de valoarea de referință a acelei mărimi (considerată ca justă) este diferența în mărime și semn dintre valoarea măsurată și valoarea de referință X_0 , adică

$$e_i = M_i - X_0 \quad (1.17)$$

În raport cu valoarea de referință distingem mai ales *erori reale*:

$$\epsilon_i = M_i - X \quad (1.18)$$

și *erori aparente* numite și reziduale:

$$v_i = M_i - M \quad (1.19)$$

unde:

M reprezintă media aritmetică simplă sau ponderată, respectiv

$$M = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} = \frac{[M]}{n} \quad (1.20)$$

$$M = \frac{p_1 M_1 + p_2 M_2 + \dots + p_n M_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{[pM]}{[p]} \quad (1.21)$$

unde p_i reprezintă ponderile măsurătorilor.

Corecția este egală și de semn contrar cu eroarea ($c = -e$). De exemplu dacă valoarea măsurată a unei distanțe este $L_i = 56,75$ m, iar valoarea de referință a acelei distanțe (care poate fi o valoare determinată anterior cu mijloace mai precise sau valoarea medie) este $57,77$ m rezultă : $e = 56,75 - 57,77 = -0,02$ m și $c = -(e) = 0,02$ m.

Ecartul Δ_i , reprezintă diferența dintre două valori oarecare M_i și M_j , ale unui șir de valori obținute din măsurarea repetată a aceleiași mărimi.

Ecartul maxim Δ_{max} reprezintă diferența dintre valoarea cea mai mare și cea mai mică a unui șir de valori. Ecartul maxim nu trebuie să depășească o valoare admisibilă, prestabilită pentru măsurătorile respective, denumită **toleranță (T)**.

Presupunind că un unghi s-a măsurat de mai multe ori, s-au obținut valorile : $\alpha_1 = 87^\circ 22' 45''$; $\alpha_2 = 87^\circ 22' 50''$; $\alpha_3 = 87^\circ 24' 52''$; $\alpha_4 = 87^\circ 22' 36''$; $\alpha_5 = 87^\circ 22' 70''$; $\alpha_6 = 87^\circ 22' 50''$. Se observă că cea de-a treia măsurătoare diferă mult de celelalte astfel că va fi eliminată. Celelalte valori sînt oarecum grupate. Totuși, numai toleranța poate decide dacă a 5-a măsurătoare poate fi considerată ca bună și deci să participe la facerea mediei sau nu. O toleranță de $22''$ ar elimina și această valoare pe cînd una de $40''$ ar accepta-o.

Studiul erorilor are ca obiect cunoașterea cauzelor și mărimii erorilor, a legilor după care se propagă erorile, caracterizarea măsurătorilor și a aparatului de măsurat, stabilirea toleranțelor și prevenirea unor evenimente.

1.301. CLASIFICAREA ERORILOR

Privite din punctul de vedere al mărimii, erorile pot fi mici (tolerabile) $e < T$ și mari (intolerabile) $e > T$.

Erorile mici, propriu-zise, sînt nepotriviri mici, inevitabile, profund legate de activitatea de măsurare. Erorile mari, numite și *greșeli*, sînt nepotriviri grosolane fiind prin urmare, intolerabile.

După modul cum se propagă, cum acționează, ca urmare a cauzelor care le produc, se disting erori sistematice și erori accidentale.

Erorile sistematice sînt provocate de cauze constante și au în fiecare caz o mărime determinată, constantă sau variabilă după o lege anumită.

Erorile sistematice de mărime constantă se însumează, în cazul măsurării distanțelor, cu fiecare distanță. Astfel, dacă eroarea sistematică ce caracterizează mărimea unei lungimi (unitare) este e_{st} , eroarea sistematică ce va caracteriza lungimea totală va fi :

$$e_{st} = e_{st} \cdot n \quad (1.22)$$

unde :

n este numărul ce arată de cîte ori se cuprinde distanța unitară d în distanța totală D .

Erorile sistematice de mărime variabilă (după legi determinate, identificabile) pot fi progresive, periodice sau complexe, după caz.

În general, erorile sistematice, de orice natură ar fi ele, sînt întotdeauna identificabile și efectul lor anulabil (uneori pe cale de calcul cînd se aduc corecții iar altele prin metoda de lucru).

X Erorile întâmplătoare (*accidentale, aleatoare*) sînt erorile inevitabile care se produc întotdeauna însoțind orice măsurătoare. Erorile întâmplătoare sînt provocate de numeroase cauze ^{care au un} avînd fiecare un efect slab. Ele nu sînt identificabile, nici ca mărime nici ca sens de producere, totuși, privite în ansamblul lor, se supun unor legi, legilor probabilității (§ 1.315). Acestea ne arată, între altele, că erorile întâmplătoare nu pot fi anulate însă avînd în vedere legile probabilității și acționînd în spiritul lor, efectul lor poate fi micșorat.

1.302. MĂSURĂTORI DIRECTE, INDIRECTE ȘI CONDIȚIONATE

Măsurătorile sînt: *directe*, cînd mărimile se măsoară de-a dreptul (distanțe, unghiuri); *indirecte*, cînd mărimile de determinat se obțin pe cale de calcul funcție de alte mărimi (o suprafață funcție de mărimile liniare și eventual unghiulare ce o caracterizează) și *condiționate*, cînd mărimile măsurate trebuie să îndeplinească anumite condiții precise (suma unghiurilor într-un triunghi).

1.31. ERORILE ÎNȚĂPLĂTOARE ÎN MĂSURĂTORILE DIRECTE DE PONDERI EGALE

X 1.310. ERORI APARENTE

Ca diferențe între mărimile măsurate M_i și valoarea medie M (relațiile 1.19), erorile aparente au o deosebită importanță în calculul erorilor și caracterizarea rezultatului obținut din măsurători. $v_i = M_i - M$

O proprietate importantă a acestor erori este aceea că suma lor algebrică este nulă, adică $[v] = 0$. Într-adevăr, dacă se pleacă de la relația 1.19 dezvoltată:

$$M_1 - M = v_1; M_2 - M = v_2; \dots M_n - M = v_n \quad (1.23)$$

se însumează și se ține seama de relația mediei 1.20 rezultă:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n - nL = [v] = 0 \quad (1.24)$$

Proprietatea este importantă în probleme de control (tabelul 1.8). O altă proprietate a erorilor aparente este aceea că suma pătratelor lor trece printr-un minim. Plecînd de la relațiile (1.22), care se ridică la pătrat și se însumează, rezultă:

$$v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 = [vv]$$

Înlocuind $(M_1 - M)^2 + (M_2 - M)^2 + \dots + (M_n - M)^2 = [vv]$ și punînd condiția de minim, adică derivînd funcție de M și egalînd cu zero:

$$2(M_1 - M) + 2(M_2 - M) + \dots + 2(M_n - M) = 0 \text{ sau}$$

$M = (M_1 + M_2 + \dots + M_n)/n$ adică tocmai relația 1.20. Așadar, valoarea M este cea mai probabilă valoare a șirului de măsurători și oricare altă valoare s-ar lua în locul ei, vor rezulta erori mai mari dacă s-ar face diferența dintre măsurătorile individuale și acea valoare.

1.311. PRECIZIE

Prin precizie se înțelege gradul de grupare (strînsă) a rezultatelor unor măsurători. Practic, gradul de grupare este dat de erorile aparente: cu

cît sînt mai mici cu atît sînt mai grupate și deci cu atît mai mare este precizia măsurătorilor.

Precizia poate fi socotită în general, dar și drept caracteristică metrologică a unui instrument de măsurare. Un instrument este cu atît mai precis cu cît rezultatele măsurătorilor efectuate cu el sînt mai strînse, respectiv cu cît erorile sînt mai mici.

1.312. EROAREA MEDIE PĂTRATICĂ A UNEI SINGURE MĂSURĂTORI.

Erorile aparente pot caracteriza măsurătorile însă nu sub forma sumei sau a mediilor lor algebrice care sînt nule (relația 1.23), ci sub aceea a unei medii aritmetice dar cu deosebire a unei medii pătratice $\pm \sqrt{[vv]/n}$, care evidențiază mai bine erorile mari. Întrucît sub această formă relația nu are aplicabilitate inclusiv în cazul unei singure măsurători cînd $[vv]=0$ și $n=1$, deci cînd eroarea ar fi zero, lucru imposibil, relația se exprimă sub forma 1.25 și se notează cu e_r , m_0 , numită eroare medie pătratică a unei singure măsurători respectiv σ , eroare standard:

$$e_r = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{(n-1)}} = m_0 \quad (1.25)$$

În cazul unei singure măsurători rezultă $m_0 = \pm \sqrt{0/0}$ adică nedeterminare. Eroarea, în general, caracterizează precizia unei măsurători și implicit precizia aparatului. În exemplul dat la tabelul 1.8 a rezultat o eroare $m_0 = \pm 1,43$ cm.

Tabelul 1.8

Erori aparente, medii, relative
 $T \Delta_{\max} = 0,05$ m Dacă $T = 0,06$ m rezultă $e < T$

Nr. măsurătorii	M_i	M	v_i	v^2	Erori medii
	m	m	cm	cm	
1	2	3	4 = 2-3	5	6
1	167,08	167,10	-2	4	$e_r = m_0 = \delta = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$
2	167,10		0	0	
3	167,11		1	1	
4	167,10		0	0	$m_0 = \pm \sqrt{\frac{18}{9}} =$ $= \pm 1,43$ cm
5	167,10		0	0	
6	167,09		-1	1	$e_m = m = \pm \frac{m_0}{\sqrt{n}} =$ $= \pm \frac{1,43}{\sqrt{10}}$
	167,13		3	9	
7	167,09		-1	1	$m = \pm 0,447$ cm
8	167,11		1	1	
9	167,09		-1	1	
10	167,10	0	0		
			$ v = 0$	$[vv] = 18$	Rezultatul : 167,10 ± 0,00447

$$e_r = \pm \frac{0,00447}{167,1} = \pm \frac{1}{37382,55}; e_r \% = 0,00267 \text{ m}; e_r \%_0 = 0,0267 \text{ m}$$

Dacă asupra unei mărimi se efectuează mai multe măsurători și se obțin mărimile individuale M_1, M_2, \dots, M_n , funcție de care se calculează valoarea medie M (rel. 1.20), se cere gradul de apropiere a rezultatului M de valoarea adevărată X .

Scriind dezvoltate relațiile erorilor reale (1.18) se obține :

$$M_1 - X = \varepsilon_1; M_2 - X = \varepsilon_2; \dots; M_n - X = \varepsilon_n \quad (1.26)$$

Adunând pe coloane și împărțind la n rezultă :

$$\frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n} - X = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n}{n} = L - X = e_m = m \quad (1.27)$$

Pentru îndepărtarea numerelor alternante ale erorilor se ridică la pătrat și se neglijează sumele dublelor produse care, pe lângă faptul că sînt mici, au semne firește alternante astfel că în general se echilibrează. Rezultă :

$$m^2 = \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2}{n^2} = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n^2} \quad (1.28)$$

Expresia nu are valoare practică din cauză că erorile reale nu se cunosc. De aceea se pleacă de la erorile aparente, relațiile 1.23 și relațiile 1.26, care au comun mărimile individuale M_i , ce se vor elimina și ținînd seama de relația 1.17 se obține :

$$m + v_1 = \varepsilon_1; m + v_2 = \varepsilon_2; \dots; m + v_n = \varepsilon_n \quad (1.29)$$

Intrucît în relația 1.28 necunoscutele sînt $[\varepsilon\varepsilon]$, se va căuta ca din relația 1.29 să se exprime aceleași necunoscute, care apoi să se înlocuiască în relația 1.28. Ridicînd la pătrat relațiile 1.29 și adunînd pe coloane rezultă :

$$[\varepsilon\varepsilon] = n \cdot m^2 + [vv] + 2m[v] \quad (1.30)$$

Intrucît în conformitate cu relația 1.24, $[v] = 0$, relația 1.30 devine :

$$[\varepsilon\varepsilon] = n \cdot m^2 + [vv] \quad (1.31)$$

Eliminînd erorile reale necunoscute $[\varepsilon\varepsilon]$ din relațiile 1.28 și 1.31 se obține :

$$m^2 n^2 = n m^2 + [vv] \text{ de unde } m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \quad (1.32)$$

Prin urmare eroarea medie pătratică a valorii medii este exprimată în funcție de erorile aparente care sînt cunoscute.

Expresia poate lua o formă de mare semnificație dacă se are în vedere relația 1.25 :

$$e_m = \pm \frac{e_e}{\sqrt{n}} \text{ respectiv } m = \pm \frac{m_0}{\sqrt{n}} \text{ sau } m = \pm m_0 / \sqrt{n} \quad (1.33)$$

ce stabilește legătura dintre imprecizia unei singure măsurători m_0 (imprecizia aparatului), imprecizia valorii medii m (imprecizia rezultatului) și n (numărul de măsurători).

Așadar, eroarea ce caracterizează rezultatul se micșorează cu radical din numărul măsurătorilor. Legea, exprimată grafic în figura 1.31, arată

sugestiv proporția reducerii erorii. Rezultă că primele 2—4 repetări reduc sensibil eroarea și că pe măsură ce numărul de măsurători crește, efectul se micșorează. Este totuși evident că acționînd asupra lui n se pot obține precizii foarte mari, însă nu este economic. Pentru ca precizia necesară să poată fi obținută dintr-o singură măsurătoare (lucru deosebit de important pentru determinarea punctelor de detaliu) și dintr-un număr cît mai mic de măsurători, chiar dacă se cere o precizie ridicată, vor trebui utilizate aparate de precizie corespunzătoare.

În relația 1.33 se poate evidenția oricare din cele 3 variabile m_0 , m și n , adică $m_0 = \pm m\sqrt{n}$ și $n = m_0^2/m^2$. Astfel, se poate stabili precizia instrumentului ce trebuie folosit într-un caz dat, sau numărul necesar de măsurători, pentru a se asigura o anumită precizie m cu un anumit aparat de precizie m_0 . Făcînd referire la cele 10 măsurători consemnate în tabelul 1.8, privitoare la o distanță de 167 metri, se observă că s-a calculat atît precizia instrumentului cît și precizia rezultatului. Prin urmare, dacă nu se cunoaște precizia instrumentului ea poate fi calculată făcînd cîteva măsurători.

Aplicații:

a) Să se determine precizia necesară a unui instrument de măsurat unghiuri pentru ca din 4 măsurători să se obțină o precizie de $\pm 10''$. Rezultă: $m_0 = \pm 10\sqrt{4} = \pm 20''$;

b) De cîte ori trebuie măsurat un unghi cu un teodolit — tahimetru a cărui precizie este de $\pm 50''$ pentru a se obține o precizie de $\pm 20''$. Rezultă $n = 50^2/20^2 = 6,3$.

1.314. PROBABILITATE. FRECVENȚĂ

Probabilitatea producerii (sau a neproducerii) unui eveniment întîmplător se exprimă prin raportul dintre numărul total de cazuri favorabile (sau nefavorabile) n și numărul total de cazuri egal posibile N , adică:

$$p = n/N \quad (1.34)$$

Pentru exemplificare, să presupunem că într-o urnă se găsesc a bile albe și b bile negre. Cazurile favorabile scoaterii unei bile albe a din totalul de bile (albe plus negre) $(a + b)$, vor fi date de raportul:

$$p_a = a/(a + b) \quad (1.35)$$

Dacă se cere scoaterea unei bile albe sau negre, evenimentul se produce cu certitudine, deoarece:

$$p_{(a+b)} = (a + b)/(a + b) = 1 \quad (1.36)$$

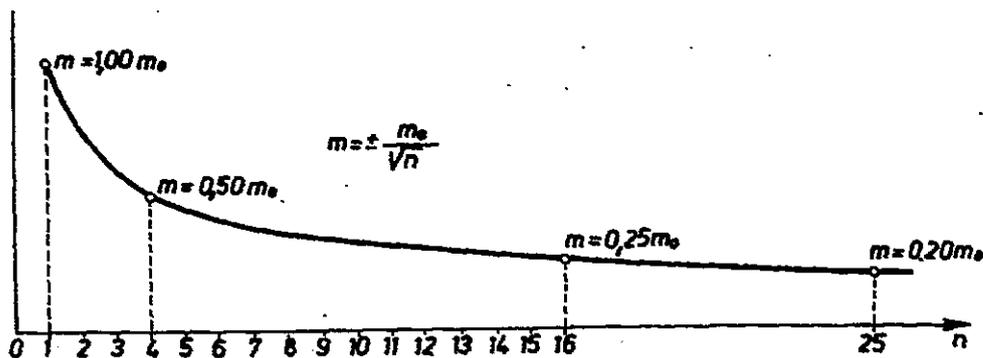


Fig. 1.31. Curba $m = \pm m_0/\sqrt{n}$.

Dacă se cere scoaterea unei bile de o culoare ce nu există în urnă, de exemplu roșie, evenimentul favorabil nu se mai produce.

$$P_{(r)} = 0/(a + b) = 0 \quad (1.37)$$

Așadar, probabilitatea variază în limitele 0 și 1.

$$0 < p < 1 \quad (1.38)$$

Probabilitatea compusă se definește ca fiind produsul probabilităților simple, adică :

$$p = p_1 \cdot p_2 \quad (1.39)$$

În cazul bilelor albe și negre, dacă se dispune de două urne, în care se găsesc bilele $a_1 + b_1$ și respectiv $a_2 + b_2$, probabilitatea de a se scoate câte o bilă albă din a doua urnă, de fiecare bilă albă din prima urnă, este :

$$p = \frac{a_1}{a_1 + b_1} \cdot \frac{a_2}{a_2 + b_2} \quad (1.40)$$

Frecvența reprezintă numărul de cazuri favorabile, efective, produse într-un exercițiu practic, raportat la numărul total de cazuri. Astfel, dacă un zar (cu 6 fețe) s-a aruncat de 12 ori și o anumită față a căzut doar o singură dată înseamnă că frecvența a fost de $1/12$ deși probabilitatea este $1/6$.

Așadar, frecvența producerii unui eveniment favorabil dintr-un mic număr de cazuri poate fi distanțată de probabilitate, însă pe măsură ce numărul n de cazuri crește, în aceeași măsură frecvența tinde spre probabilitate.

1.315. CURBA ERORILOR

Dacă asupra unei mărimi se efectuează un număr mare de măsurători, se face media lor și se calculează erorile aparente v (cu relația 1.23), se poate întocmi un grafic numit graficul erorilor și anume : în abscisă se ia mărimea erorilor v , iar în ordonată frecvența lor (fig. 1.32) și se duce curba înfășurătoare, se obține o curbă în formă de clopot numită și *curba lui Gauss*. Aceasta exprimă probabilitatea producerii erorii v . Cu cât curba este mai înaltă, coeficientul de precizie h constant pentru un lot de măsurători este și h mai mare; $e = 2,7182$ baza logaritmilor naturali.

Dar probabilitatea producerii unei erori v este funcție de mărimea ei, astfel că expresia

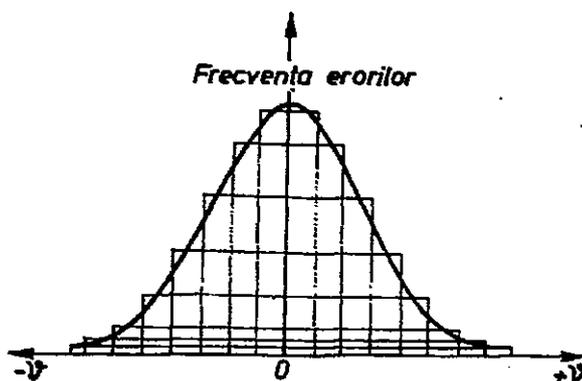


Fig. 1.32. Curba erorilor (Gauss).

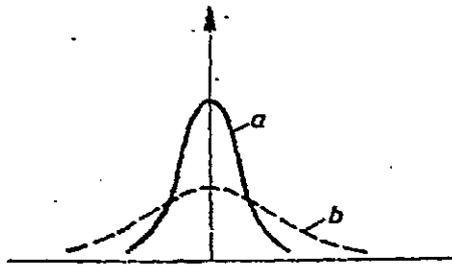


Fig. 1.33. Forma curbei erorilor :
 a - în măsurători precise; b - în măsurători puțin precise.

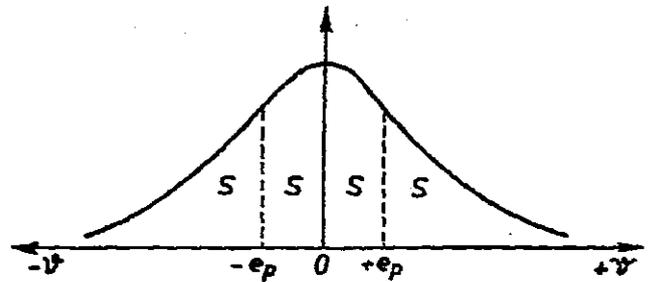


Fig. 1.34. Eroarea probabilă.

probabilității (fig. 1.34) $p = n/N$ se poate scrie $p = \varphi(v)\Delta v$ (1.41)

respectiv : $d_p = \varphi(v) dv$ (1.42)

și probabilitatea încadrării unei erori în limitele ei a și b

$$p_a^b = \int_a^b \varphi(v) dv \quad (1.43)$$

Plecînd de la ipoteza că media aritmetică este valoarea cea mai probabilă a unui rezultat obținut din mai multe măsurători (abstracție făcînd de erorile sistematice care se consideră eliminate) și cu observația că în limitele extreme probabilitatea devine certitudine, adică $p_{-\infty}^{+\infty} = 1$, Gauss a găsit relația de distribuție numită și normală :

$$\varphi(v) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-h^2 v^2} = C \cdot e^{-h^2 v^2} \quad (1.44)$$

numită și densitate de repartiție sau densitate de probabilitate a variabilei v .

Curba erorilor evidențiază legile probabilității :

— probabilitatea producerii erorilor pozitive este egală cu probabilitatea producerii erorilor negative (simetria curbei față de ordonată dusă prin origine);

— probabilitatea producerii erorilor mici este mai mare decît probabilitatea producerii erorilor mari (frecvența erorilor mici este mare și scade pe măsură ce crește eroarea).

Dacă măsurătorile se efectuează cu multă atenție cu instrumente de mare precizie, erorile sînt foarte mici și deci foarte grupate în jurul originii, rezultînd o curbă a erorilor foarte înaltă (fig. 1.33, a) cu h mare. Așadar, h are aici, sens de precizie. Prin opoziție, dacă erorile sînt mari, deci precizia măsurătorilor este slabă, rezultă o curbă a erorilor aplatizată. (fig. 1.33, b).

Prin urmare, forma curbei erorilor este un indiciu de precizie.

Această observație ar putea constitui cea de-a treia lege a probabilităților, lege care se suprapune în mare măsură peste sensul de precizie și anume : cu cît măsurătorile se efectuează cu instrumente mai precise, de către operatori pricepuți și abili, în condiții naturale favorabile, aplicînd

foarte corect metodele de lucru cele mai precise, cu atât măsurătorile vor fi mai grupate și rezultatul mai probabil, deci mai precis, mai apropiat de valoarea reală. Dacă erorile sistematice sînt eliminate și numărul de măsurători foarte mare, M tinde spre X și v spre ε , iar expresia 1.44, $\varphi(\varepsilon) = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} \cdot e^{-h^2\varepsilon^2}$

1.316. ERORI PROBABILE. ERORI LIMITĂ

Eroare probabilă se numește (în mod impropriu) acea eroare, abstracție făcînd de semne, care împarte erorile în două, adică erorile v mai mari decît aceasta sînt în număr egal cu erorile v mai mici decît ea. (Eroarea probabilă poate fi interpretată ca o mărime absolută e_p , sau ca o mărime cu semn pozitiv sau negativ $(+e_p; -e_p)$, așa cum se evidențiază pe curba din figura 1.34. Eroarea probabilă e_p împarte suprafața închisă de curba erorilor și abscisă în patru suprafețe egale s .

$$p_{\pm m} = e_p = \pm 0,6745 \cdot m_0 \approx (2/3) m_0 \quad (1.45)$$

Prin analogie există și o eroare probabilă a mediei aritmetice, care caracterizează în general precizia mediei aritmetice :

$$e_{pM} \approx 0,68 m \approx 2/3 m \quad (1.46)$$

ceea ce înseamnă că 68 % din erorile de observație v sînt mai mici decît eroarea medie m .

Prin urmare, probabilitatea producerii erorilor (mai mari sau mai mici) decît e_p este 1/2. Exprimînd mărimile diverselor erori în funcție de m_0 , teoria probabilităților arată că probabilitatea producerii erorilor v mai mari decît $(2/3)m_0; 2m_0; 2,5 m_0; 3m_0$, este în general, respectiv :

$$1/2; 1/23; 1/91; 1/500. \quad (1.47)$$

Aceste corespondențe de probabilități au o mare importanță în probleme de stabilirea toleranțelor. Astfel, o toleranță de $2 m_0$ are șansa să fie depășită la fiecare a 23-a măsurătoare, astfel că încadrarea în ea, cu o mai mare probabilitate decît 1/23, reclamă din partea operatorului, în condițiile date, o mai mare atenție. Dacă însă toleranța este numai cu ceva mai mare, de exemplu $2,5 m_0$, înseamnă că din 90 de măsurători abia una va depăși, probabil, toleranța.

Observăm totodată că, deoarece în practică un eveniment a cărui șansă de producere este mai mică decît 1/500 se consideră că el nu se mai produce. Astfel, este posibil ca eroarea $3 m_0$ să fie considerată ca o valoare maximă (limită).

Eroarea limită este așadar, practic, eroarea maximă ce s-ar putea produce atunci cînd măsurătoarea unei mărimi se efectuează o singură dată, cu un instrument a cărei precizie este m_0 și are expresia :

$$e_{lim} = 3m_0 \quad (1.48)$$

fapt pentru care se mai numește și eroare de temut.

1.317. PREZENTAREA REZULTATULUI MĂSURĂTORILOR

Rezultatul măsurătorilor efectuate asupra unei mărimi, ce a fost măsurată de mai multe ori, eventual numai o singură dată, se prezintă sub forma :

$$A \pm a \dots \quad (1.49)$$

unde :

A este valoarea medie, eventual, dacă nu s-au făcut mai multe măsurători, valoarea măsurată individuală (după înlăturarea eventualelor erori sistematice);

a — una din valorile medii, probabile sau limită $m_0, m, e_p, e_{pm}, e_{tm}$, care trebuie precizată întotdeauna.

În topografie rezultatul se dă de obicei sub forma :

$$A \pm m \text{ sau } A \pm e_{pm} \quad (1.50)$$

în care :

A reprezintă valoarea medie și

$$A \pm m_0 \text{ sau } A \pm e_p \text{ sau } A + e_{tm} \quad (1.51)$$

dacă s-a efectuat o singură măsurătoare.

În relația 1.50 $\pm m$ arată limitele în care se găsește valoarea adevărată, precum și gradul de grupare a erorilor funcție de numărul de măsurători efectuate, iar $\pm e_{pm}$ arată probabilitatea rezultatului.

Erori relative. Dacă erorile sînt funcție de mărimile care se măsoară (măsurarea distanțelor), cantitatea a se va raporta la mărimea măsurată. Astfel, dacă din măsurarea unei lungimi (de mai multe ori) s-a obținut media L și respectiv eroarea m , rezultă (vezi tabelul 1.8)

$$e_r = \pm m/L = \pm 1/L/m \quad (1.52)$$

Eroarea relativă poate fi exprimată și procentual sau la mie

$$e_r \% = \pm (m/L)100; \quad e_r /_{\infty} = \pm (m/L)1000 \quad (1.53)$$

1.32. ERORILE ÎNTÂMPLĂTOARE ÎN MĂSURĂTORILE DIRECTE DE PONDERI DIFERITE

1.320. MEDIE ARITMETICĂ PONDERATĂ

Dacă asupra unei mărimi s-au efectuat n măsurători, fiecare de altă pondere p , adică de altă importanță practică (de ex. cu instrumente de precizii diferite), valorile individuale $M_1, M_2 \dots M_n$ se vor lua cu ponderile respective $p_1, p_2 \dots p_n$.

Valoarea medie, ca cea mai probabilă valoare a mărimilor individuale M_i de ponderi p_i , se obține plecînd de la expresia erorilor aparente (1.19). Se scriu expresiile erorilor aparente, se ridică la pătrat, se înmulțesc cu ponderile, se însumează și se pune condiția de minim :

$$(M_1 - M)^2 \cdot p_1 = v_1^2 \cdot p_1; \quad (M_2 - M)^2 \cdot p_2 = v_2^2 \cdot p_2; \quad \dots; \\ (M_n - M)^2 \cdot p_n = v_n^2 \cdot p_n \quad (1.54)$$

$$p_1 (M_1 - M)^2 + p_2 (M_2 - M)^2 \dots + p_n (M_n - M)^2 = \\ = p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + \dots + p_n v_n^2 = \text{minim} \quad (1.55)$$

Derivând și anulând se obține :

$$2p_1(M_1 - M) + 2p_2(M_2 - M) + \dots + 2p_n(M_n - M) = 0$$

de unde :

$$M = \frac{p_1 M_1 + p_2 M_2 + \dots + p_n M_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{[pM]}{[p]}$$

adică relația 1.21 care exprimă cea mai probabilă valoare din ansamblul datelor.

1.321. STABILIREA PONDERII

Pentru ca media ponderată să reprezinte într-adevăr cea mai probabilă valoare, din ansamblul datelor, este necesar ca ponderile să fie riguros stabilite. Să presupunem, pentru început, că asupra unei mărimi se fac n măsurători în aceleași condiții, fiind astfel de pondere egală. În acest caz, valoarea cea mai probabilă va fi o medie aritmetică simplă. Dar, cele n măsurători pot fi împărțite în două, trei sau mai multe grupe la întâmplare. Să facem trei grupe de măsurători, de număr diferit, astfel încît $n_1 \neq n_2 \neq n_3$, dar $n_1 + n_2 + n_3 = n$. În cazul fiecărei grupe se pot calcula mediile aritmetice M_1^0 , M_2^0 și M_3^0 ca și erorile medii pătratice m_1^0 ale mediilor :

$$m_1^0 = \pm \frac{m_0}{\sqrt{n_1}}; \quad m_2^0 = \pm \frac{m_0}{\sqrt{n_2}} \quad \text{și} \quad m_3^0 = \pm \frac{m_0}{\sqrt{n_3}} \quad (1.56)$$

Întrucît măsurătorile s-au efectuat cu același aparat, în aceleași condiții, înseamnă că în toate relațiile apare același m_0 . De aceea, dintre cele 3 rezultate parțiale acela este mai precis care se obține din mai multe măsurători respectiv, din cele 3 grupe de valori, aceea este mai precisă care se obține cu cel mai mare n . Prin urmare, numărul de măsurători se poate asimila cu ponderea :

$$p_1 \simeq n_1; \quad p_2 \simeq n_2; \quad p_3 \simeq n_3$$

de unde :

$$p_1 = \frac{m_0^2}{(m_1^0)^2}; \quad p_2 = \frac{m_0^2}{(m_2^0)^2}; \quad p_3 = \frac{m_0^2}{(m_3^0)^2} \quad (1.57)$$

Întrucît m_0 este același pentru întregul lot de măsurători, înseamnă că poate fi considerat constant, cînd :

$$p_1 = \frac{k}{(m_1^0)^2}; \quad p_2 = \frac{k}{(m_2^0)^2}; \quad p_3 = \frac{k}{(m_3^0)^2} \quad (1.58)$$

adică în general :

$$p = \frac{k}{m^2} = \frac{\text{o constantă}}{\text{eroarea medie la pătrat}} \quad (1.59)$$

În cazul cînd ponderea se exprimă sub formă de raport, pentru constantă se poate lua orice valoare inclusiv unu.

1.322. REDUCEREA ERORILOR PONDERATE LA ERORI DE ACEEAȘI PONDERE

Pentru reducerea erorilor ponderate v_1, v_2, \dots, v_n la valori de aceeași pondere v'_1, v'_2, \dots, v'_n , se pleacă de la necesitatea ca erorile v' să îndeplinească condiția de minim $[v'v']$, cunoscută de la măsurătorile directe de aceeași pondere. Deoarece erorile v satisfac relația (1.55) vor trebui făcute următoarele notații ale erorilor v' de aceeași pondere, funcție de erorile ponderate v în conformitate cu relațiile 1.56 și 1.57 :

$$v'_1 = v_1 \cdot \sqrt{p_1}; \quad v'_2 = v_2 \sqrt{p_2}, \dots, v'_n = v_n \sqrt{p_n} \quad (1.60)$$

ceea ce înseamnă că reducerea erorilor ponderate la aceeași pondere se face înmulțind erorile ponderate cu radical din ponderile respective.

Prin urmare, în problema cuprinderii în calcule a mărimilor ponderate și a erorilor ponderate rezultă, conform relației 1.21, că, *atunci cînd se lucrează cu mărimi ponderate ele se înmulțesc cu ponderile iar dacă se lucrează cu erori ponderate (relația 1.60) ele se înmulțesc cu rădăcinile pătrate din ponderile respective*, pentru a se aduce toate mărimile, respectiv erorile, la aceeași pondere.

Dealtfel, relațiile 1.57 pot fi scrise și astfel :

$$\begin{aligned} m_0^2 &= (m_1^0)^2 \cdot p_1 = (m_2^0)^2 \cdot p_2 = (m_3^0)^2 \cdot p_3 \text{ sau } m_1^0 \cdot \sqrt{p_1} = m_2^0 \cdot \sqrt{p_2} = \\ &= m_3^0 \cdot \sqrt{p_3} \text{ sau} \end{aligned} \quad (1.61)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{m_2^0}{m_1^0} \right)^2; \quad \frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{m_3^0}{m_2^0} \right)^2 \text{ etc. respectiv } \frac{m_2^0}{m_1^0} = \frac{\sqrt{p_1}}{\sqrt{p_2}} \quad (1.62)$$

adică raportul ponderilor este invers proporțional cu pătratul erorilor medii, respectiv raportul erorilor medii este invers proporțional cu rădăcina pătrată a ponderilor.

1.323. ERORI MEDII PONDERATE

În cazul cînd se lucrează cu valori ponderate este necesar să se stabilească nu numai ponderile ci și erorile medii pătratice ponderate.

Pentru calculul *erorii medii pătratice a unei singure măsurători ponderate*, se pleacă de la relația 1.25 cu relațiile de la § 1.322.

Înlocuind erorile $[v'v']$ ce se obțin plecînd de la relația 1.60

$$[v'v'] = [p \cdot vv] \quad (1.63)$$

rezultă :

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot vv]}{n-1}} \quad (1.64)$$

numită și *eroarea medie pătratică a unității de pondere*, expresie de mare însemnătate în probleme de calculul preciziilor.

Prin urmare, *eroarea medie pătratică a mediei ponderate* va fi :

$$m = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot vv]}{[p](n-1)}} \quad \text{sau} \quad m = \pm \frac{m_0}{\sqrt{[p]}} \quad (1.65)$$

1.324. PRINCIPIUL METODEI CELOR MAI MICI PĂTRATE (M.C.M.P.)

La § 1.310 s-a enunțat faptul că o proprietate a erorilor aparente este aceea că suma pătratelor erorilor reprezintă un minimum. Să presupunem cazul când un rezultat este funcție de mai multe mărimi, de ponderi diferite. Rezultatul va fi cel mai probabil numai atunci când corecțiile mărimilor participante la rezultat vor fi cele mai probabile. Astfel, plecând de la relația 1.42 se pot scrie probabilitățile individuale :

$$\begin{aligned} dp_{v_1} &= \varphi(v_1) dv \\ dp_{v_2} &= \varphi(v_2) dv \\ &\vdots \\ dp_{v_n} &= \varphi(v_n) dv \end{aligned} \quad (1.66)$$

Dar, în conformitate cu legea înmulțirii din teoria probabilităților, probabilitatea rezultatului se obține din produsul probabilităților simple (rel. 1.39). Prin urmare, corecțiile vor fi cele mai probabile atunci când produsul probabilităților individuale ale corecțiilor va fi maxim :

$$dp_{v_1} \cdot dp_{v_2} \dots dp_{v_n} = \max \quad (1.67)$$

$$\text{respectiv } \varphi(v_1) dv \cdot \varphi(v_2) dv \dots \varphi(v_n) dv = \max \quad (1.68)$$

Prin înlocuirea cu expresia probabilității (relația 1.44) se obține :

$$\frac{h_1 \cdot h_2 \dots h_n}{\sqrt{\pi^n}} \cdot e^{-(h_1^2 v_1^2 + h_2^2 v_2^2 + \dots + h_n^2 v_n^2)} dv^n = \max \quad (1.69)$$

Acest maxim se va produce atunci când exponentul va fi minim, adică :

$$h_1^2 v_1^2 + h_2^2 v_2^2 + \dots + h_n^2 v_n^2 = \min \quad (1.70)$$

Având în vedere faptul că factorul de precizie h_i este proporțional cu ponderea p_i , expresia 1.70 ia forma :

$$p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + \dots + p_n v_n^2 = \min \quad (1.71)$$

$$[p_{vv}] = \text{minim} \quad (1.72)$$

Pe această proprietate a erorilor se întemeiază o seamă de procedee de compensare riguroasă prin care se urmărește obținerea celor mai probabile corecții și deci rezultate dintr-un ansamblu de date, ce se încadrează în metoda celor mai mici pătrate. Dacă mărimile participante la rezultat sînt de aceeași pondere expresia 1.72 ia forma $[vv] = \text{minim}$.

În continuare, dacă se fac înlocuirile cu expresiile 1.58 $(M_i - M)^2 p_i = v_i^2 p_i$ și se derivează, se obține totemai expresia valorii medii (rel. 1.21 respectiv 1.20), dacă mărimile sînt de ponderi egale.

Notă. Metoda, cu vaste implicații în toate măsurătorile (directe, indirecte sau condiționate), precum și în toate metodele de calcul care vizează optimizarea rezultatului, are aplicabilitate numai dacă numărul necunoscutelor este mai mare decît numărul mărimilor ce se calculează, adică dacă $n > u$.

1.33. ERORILE ÎNTÎMPLĂTOARE ÎN MĂSURĂTORILE INDIRECTE

1.330. PROPAGAREA ERORILOR ÎN MĂSURĂTORILE INDIRECTE

Măsurătorile sînt indirecte atunci cînd rezultatul se obține funcție de alte mărimi care se măsoară direct (de ex. o suprafață care se obține pe cale de calcul funcție de mărimi liniare etc.).

Problema este de a se stabili legea care să arate eroarea ce va afecta rezultatul funcție de erorile ce caracterizează măsurătorile directe.

Prin urmare, o mărime u este funcție de mărimile $x, y, z \dots$

$$u = F(x, y, z \dots) \quad (1.73)$$

Dacă mărimile x, y, z suferă creșterile $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, care se identifică cu erorile, care va fi efectul lor (Δu) asupra funcției u ?

$$u + \Delta u = F(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z + \dots) \quad (1.74)$$

Pentru a se pune în evidență efectul creșterilor $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ asupra funcției u se explicitează funcția prin dezvoltare în serie Taylor:

$$\begin{aligned} & F(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z + \dots) = \\ & = F(x, y, z \dots) + \frac{1}{1!} \left(\frac{\delta F}{\delta x} \Delta x + \frac{\delta F}{\delta y} \Delta y + \frac{\delta F}{\delta z} \Delta z + \dots \right) + \\ & + \frac{1}{2!} \left(\frac{\delta^2 F}{\delta x^2} \Delta x^2 + \frac{\delta^2 F}{\delta y^2} \Delta y^2 + \frac{\delta^2 F}{\delta z^2} \Delta z^2 + \dots \right) + \dots \end{aligned} \quad (1.75)$$

neglijând termenii la puteri ca fiind foarte mici și înlocuind relația 1.75 în relația 1.74 se obține :

$$u + \Delta u = F(x, y, z \dots) + \left(\frac{\delta F}{\delta x} \cdot \Delta x + \frac{\delta F}{\delta y} \cdot \Delta y + \frac{\delta F}{\delta z} \cdot \Delta z + \dots \right) \quad (1.76)$$

scăzând relația 1.73 din relația 1.76 rezultă :

$$\Delta u = \frac{\delta F}{\delta x} \Delta x + \frac{\delta F}{\delta y} \Delta y + \frac{\delta F}{\delta z} \Delta z + \dots \quad (1.77)$$

Întrucît creșterile, respectiv erorile Δx , Δy , Δz ca erori întâmplătoare, nu se cunosc, nici ca mărime și nici ca semn, se înlocuiesc cu erorile medii caracteristice instrumentelor și metodelor cu care s-au măsurat mărimile x , y , $z \dots$, erori ce au semnul \pm adică $\pm e_x$, $\pm e_y$, $\pm e_z$, care sînt cunoscute sau pot fi calculate.

În acest caz, în locul erorii efective Δu , se va exprima eroarea medie totală m_t , ce va caracteriza rezultatul u . Pentru aceasta se ridică la pătrat, pentru îndepărtarea semnelor și se neglijează dublele produse care sînt mici și au semne alternante :

$$m_t = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta F}{\delta x} e_x\right)^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta y} e_y\right)^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta z} e_z\right)^2} \quad (1.78)$$

Aceasta este legea generală a propagării erorilor întâmplătoare indirecte, lege care permite calculul erorii ce caracterizează un rezultat obținut pe cale de calcul funcție de alte mărimi măsurate.

Din legea propagării erorilor în măsurătorile indirecte se poate deduce legea propagării erorilor în măsurătorile directe.

Astfel, dacă diferențele din relația de bază (1.76) dau unu, ceea ce înseamnă că de fapt mărimile x , y , z s-au măsurat cu același instrument și în aceleași condiții, relațiile iau forma :

$$m_t = \pm \sqrt{e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 + \dots} = \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \dots} \quad (1.79)$$

Dacă $e_1 = e_2 = e_3 = \dots e_n = e_{M_u} = m_u$, unde e_{M_u} sau m_u s-au notat erorile medii unitare de măsurare a mărimilor x , y , z , relația devine :

$$m_t = \pm m_u \sqrt{n} \text{ sau } m_t = \pm m_0 \sqrt{n} \text{ sau } m_t = \pm m \sqrt{n} \quad (1.80)$$

după cum precizia cu care se măsoară mărimile x , y , $z \dots$ se ia m_0 , respectiv m , dacă fiecare mărime s-a măsurat de mai multe ori.

Relația 1.80 exprimă legea propagării erorilor în măsurătorilor directe de ponderi egale.

Aplicații la propagarea erorilor în măsurătorile indirecte. Să se calculeze eroarea ce afectează diferența de nivel $h = d \cdot \operatorname{tg} \varphi$, unde mărimile ce se măsoară sînt d și φ . Diferențîind succesiv relația diferenței de nivel funcție de d și φ și efectuînd în continuare operațiile cerute de legea propagării erorilor (1.78), adică înmulțînd diferențialele cu erorile de măsurare

$$\text{etc. rezultă } m_t = \pm \sqrt{(\operatorname{tg} \varphi \cdot e_d)^2 + \left(\frac{d}{\cos^2 \varphi} \cdot e_\varphi \right)^2}.$$

Dacă distanța $d = 200$ m și eroarea medie de măsurare a distanței la 200 m este de $e_d = \pm 5$ cm; $\varphi = 10^\circ$ și eroarea medie de măsurare a unghiului vertical $e_\varphi = \pm 1^\circ,5$ rezultă :

$$m_t = \pm \sqrt{(0,158 \cdot 0,05)^2 + \left(\frac{200 \cdot 1,5}{0,975 \cdot 6366} \right)^2} = \pm \sqrt{0,002342} = \pm 0,0483 \text{ m} \approx \pm 5 \text{ cm}$$

Aplicații la propagarea erorilor în măsurătorile directe

a) Se cere eroarea medie de determinare a unei lungimi L împărțită în trei secțiuni a căror precizii de determinare sînt $e_1 = \pm 2$ cm; $e_2 = \pm 4$ cm și $e_3 = \pm 3,4$ cm. Se aplică relația de bază (1.79) și rezultă $m_t = \pm \sqrt{2^2 + 4^2 + 3,4^2} = \pm \sqrt{31,56} = \pm 5,62$ cm.

b) În cazul aceleiași aplicații dacă numărul secțiunilor este 6, iar erorile respective 2,1, 2, 1, 5, 1 cm rezultă.

$m_t = \pm \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2 + 1^2 + 5^2 + 1^2} = 36 = 6$ cm, de unde importanța erorilor mari asupra rezultatului.

c) Dacă eroarea medie de determinare a unei distanțe cu panglica de oțel de 50 m se ia de ± 2 cm, care va fi eroarea medie totală de măsurare a unei distanțe de 330? Se aplică relația 1.80 și rezultă $m_t = \pm 2 \sqrt{\frac{330}{50}} = \pm 5,2$ cm.

1.331. COMPUNEREA ERORILOR ACCIDENTALE ȘI SISTEMATICE

Rezultatele, în special cele condiționate de măsurătorile de distanță, sînt adeseori, dacă nu cumva întotdeauna, afectate nu numai de erori accidentale ci și de erori sistematice. Legea după care se compun aceste erori este legea catetelor, cînd ipotenuza, ca eroare totală, este condiționată de cele două catete (una a erorilor sistematice și alta a erorilor accidentale). În acest caz eroarea totală va fi :

$$e_t = \pm \sqrt{e_s^2 + e_a^2} \quad (1.81)$$

unde :

e_s reprezintă erorile sistematice; e_a — erorile accidentale.

Această expresie este de fapt relația 1.79 redusă la două necunoscute.

Aplicație. Care va fi efectul total al erorilor sistematice de 2 cm la măsurarea unei distanțe de 350 m, și a erorilor accidentale de 5 cm pentru aceeași distanță?

$$e_t = \pm \sqrt{2^2 + 5^2} = \pm 5,3 \text{ cm.}$$

Aici eroarea sistematică trebuie interpretată nu ca o eroare identificată cert ca mărime și semn, cînd ar putea fi corijată, ci ca una insuficient precizată dar existentă.

Valorile maxime ale erorilor, admise prin regulamente sau norme tehnice, se numesc toleranțe.

Toleranțele se prescriu întotdeauna pentru ecartul mărimilor individuale și adeseori pentru unii din termenii (m_0 , m , e_p etc.).

Stabilirea toleranțelor se face în funcție de precizia necesară (suficientă) în anumite măsurători avîndu-se în vedere, bineînțeles, atât aparatura cît și metoda de lucru. În cazul măsurătorilor condiționate, toleranțele au în vedere și limitele realizării condițiilor (de ex. într-un triunghi plan suma unghiurilor trebuie să fie 200°).

Prin stabilirea toleranțelor pe categorii de măsurători, în funcție de exigența impusă de scop, rezultă și categoriile de instrumente de utilizat (în condiții normale de lucru se obțin rezultate în limita toleranțelor dacă aceasta nu depășește $2,5 m_0$, cînd probabilitatea depășirii toleranței este de $1/90$). Toleranța poate fi stabilită și mai strîns, chiar la $2 m_0$, cînd însă măsurătorilor trebuie să li se acorde o atenție deosebită deoarece toleranța poate fi depășită la 23 măsurători. Dacă însă toleranța se ia de mărimea erorii de temut, $e_{itm} = 3 m_0$, măsurătorile se încadrează ușor și practic sigur în toleranțe deoarece abia una din 500 măsurători va depăși, probabil, toleranța.

În cazul măsurării unghiurilor, toleranța închiderii pe viza de plecare în același punct ia forma $T = \pm e\sqrt{n}$, unde $e = m_0$ (specific teodolitului), iar n = numărul de vize din turul de orizont realizat. Aceeași toleranță (ca expresie) se stabilește și la închiderea unghiurilor într-o drumuire, unde prin e se înțelege același lucru, iar prin n numărul laturilor drumuirii etc.

În cazul măsurării distanțelor, la stabilirea toleranțelor trebuie să se aibă în vedere și erorile sistematice mici, neidentificate sau neidentificabile în mod curent, cînd formula toleranței, la închiderea pe puncte ale rețelei de sprijin, sau pe punctul de plecare, poate lua forma :

$$T = e_a \sqrt{\frac{L}{l}} + e_s \frac{L}{l} \quad (1.82)$$

unde :

- e_a este eroarea accidentală unitară la lungimea $l \approx 2,5 m_0$;
- e_s — eroarea sistematică unitară la lungimea l ;
- L — lungimea totală.

1.35. CONCLUZII

Așadar, erorile în măsurători vizează obiective multiple :

- de a se identifica sursele de erori și a se cunoaște modalitățile de micșorare și eventual, uneori, de anulare a efectului lor asupra rezultatelor ;

- de a se permite stabilirea preciziei instrumentelor ce trebuie alese pentru a se atinge precizia urmărită, dintr-o singură măsurătoare sau din n măsurători;
- de a se stabili preventiv condițiile în care trebuie efectuate măsurătorile, inclusiv numărul lor, pentru a se atinge precizia necesară;
- de a se înlesni cunoașterea felului cum se compun erorile în împrejurări și metode de lucru adoptate sau de adoptat;
- de a se caracteriza măsurătorile efectuate;
- de a caracteriza operatorii;
- de a ajuta la stabilirea toleranțelor și normelor tehnice de lucru.

2. MĂSURAREA UNGHIURILOR ȘI DISTANTELOR

2.0. GENERALITĂȚI

Topografia, geodezia precum și celelalte discipline ale științei măsurătorilor terestre se întemeiază, evident, pe măsurători. Mărimile ce se măsoară întotdeauna, în orice ridicare și care dau amprenta de reprezentativitate sînt unghiurile și distanțele. În raport cu specificul ridicărilor poate predomina, uneori, fie măsurarea unghiurilor fie a distanțelor. Sînt și cazuri cînd trebuie măsurate și alte mărimi ca : temperatura și presiunea atmosferică, gravitația etc., însă ponderea lor în ridicările curente este nesemnificativă.

Măsurarea unghiurilor se efectuează cu instrumente specifice care fac parte din familia mare a goniometrelor (*gonio* = unghi). Ele sînt prevăzute cu sisteme de vizare și cercuri gradate pentru măsurarea unghiurilor pe care le reclamă metodele de ridicare.

Măsurarea distanțelor cunoaște de asemenea o mare varietate de instrumente utilizate, fiecare, în raport cu principiul constructiv dar și cu condițiile și exigențele ridicării. Distanțele se măsoară în mod curent pe căle directă sau indirectă (optic sau cu ajutorul undelor electromagnetice). Măsurarea distanțelor cu ajutorul undelor reprezintă noul în materie. La început au fost construite pentru măsurarea distanțelor mari, de ordinul kilometrilor, dar mai ales a zecilor de kilometri. Astăzi, se construiesc multe tipuri, apte și pentru măsurarea distanțelor mici, chiar de ordinul zecilor de metri.

2.1. INSTRUMENTE DE MĂSURAT UNGHIURI

Instrumentele de măsurat unghiuri au fost concepute în așa fel încît să asigure măsurarea de-a dreptul a unghiurilor de care are nevoie practica ridicărilor în plan, adică a unghiurilor orizontale pe care le fac direc-

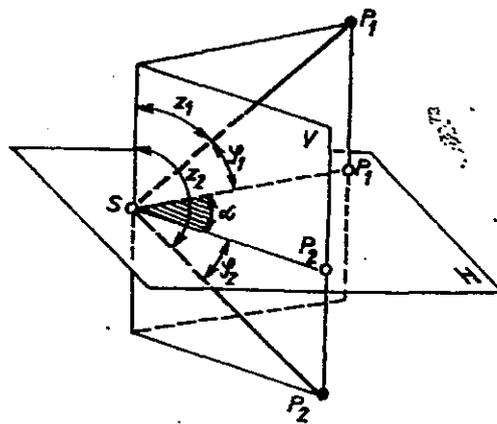


Fig. 2.1. Unghiul diedru al planelor verticale SP_1 și $SP_2 = \alpha$ și unghiurile de înclinare φ ale direcțiilor $SP_1 = \varphi_1$ și $SP_2 = -\varphi_2$, respectiv unghiurile zenitale z_1 și z_2 . Suma unghiurilor de înclinare și zenitale totalizează 100° , adică $z_1 + \varphi_1 = 100^\circ$ și $z_2 - \varphi_2 = 100^\circ$. Planul H semnifică un plan orizontal în care s-au proiectat planele verticale SP_1 și SP_2 .

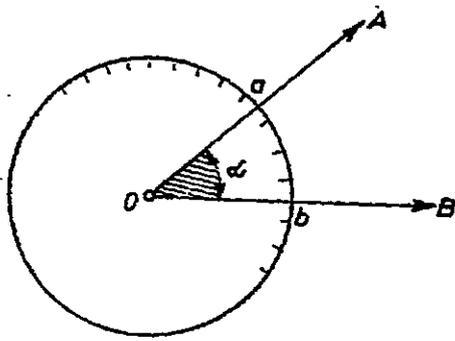


Fig. 2.2. Obținerea unghiului orizontal α cu teodolitul.

nelor verticale ce cuprind cele două vize), iar pe cercul gradat vertical se citește unghiul de înclinare φ față de orizontala locului, respectiv unghiul zenital z față de verticala locului, pentru fiecare direcție (viză) în parte.

țiile în spațiu, oricare ar fi poziția lor, precum și înclinării fiecărei direcții, adică a unghiurilor în plan vertical (fig. 2.1).

Acest lucru este posibil deoarece instrumentele sînt prevăzute cu cite două cercuri gradate, dintre care, în poziție de lucru, unul este orizontal, iar celălalt vertical. Luneta care materializează viza, pe lângă faptul că poate ocupa orice poziție în tur de orizont este și inclinabilă. Astfel, pe cercul gradat orizontal se obține unghiul orizontal α pe care-l face cele două vize în spațiu (adică tocmai unghiul diedru a planelor

2.10. TIPURI DE INSTRUMENTE

După modul cum se obțin unghiurile orizontale instrumentele de măsurat unghiuri se pot împărți:

Instrumente cu ajutorul cărora unghiurile orizontale se obțin din două vize succesive, de exemplu: teodolitul. Pentru a se obține unghiul orizontal α format de direcțiile OA și OB se staționează cu instrumentul în punctul O , se vizează succesiv la punctele A și B și se citește valorile înregistrate. Din diferența citirilor rezultă unghiul $\alpha = b - a$ (fig. 2.2).

Instrumente cu ajutorul cărora unghiurile orizontale (ca și oricare unghiuri de altfel, inclusiv verticale) se obțin dintr-o singură viză, de exemplu: sextantul. Acesta este construit în așa fel încît cu ajutorul a două oglinzi (O_1 și O_2) dintre care una este mobilă (O_1), imaginile punctelor vizate A și B se aduc pe aceeași direcție. Unghiul orizontal format de cele două direcții α , ce este de două ori mai mare decît unghiul format de cele două oglinzi β , se citește direct pe cercul gradat al instrumentului (fig. 2.3)

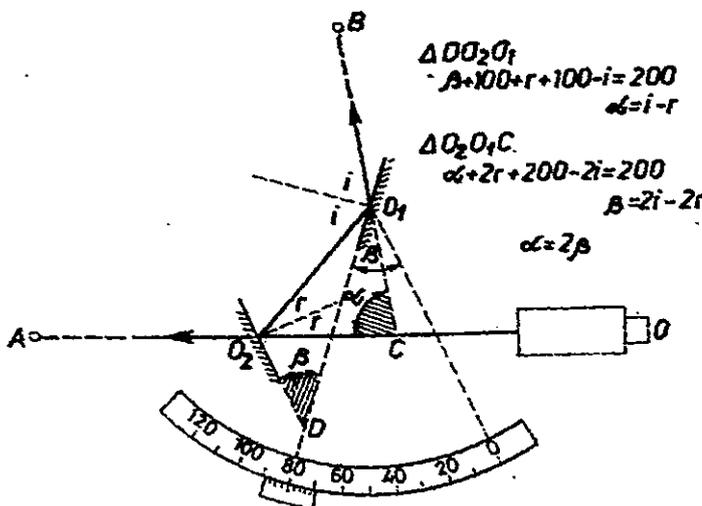


Fig. 2.3. Obținerea unghiului orizontal α cu sextantul.

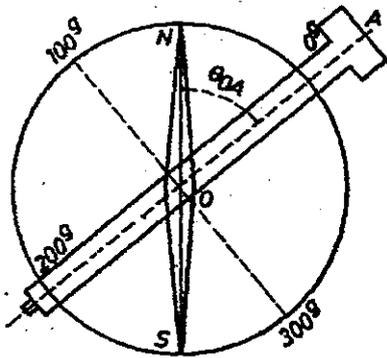


Fig. 2.4. Obținerea orientării θ cu busola.

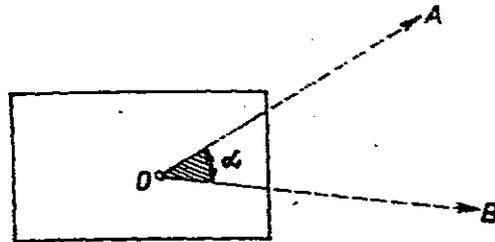


Fig. 2.5. Obținerea mărimii grafice a unghiului orizontal α cu planșeta topografică.

Sextantul se folosește în cazul în care punctul stație este în mișcare, de exemplu în ridicările marine. Se numește sextant pentru că sectorul de cerc gradat dublu corespunde la a șasea parte dintr-un cerc în gradație sexa. Permite, deci, măsurarea de unghiuri pînă la 120° . În timpul lucrului sextantul se ține, de obicei, în mină, dar și montat pe o bază amovibilă.

Instrumente cu ajutorul cărora se obțin orientările direcțiilor, de exemplu: busola topografică. Un ac magnetic oscilează în fața unui cerc gradat, iar după ce se liniștește, în dreptul capului nord al acestuia se citește orientarea direcției vizate (fig. 2.4).

Instrumente cu ajutorul cărora se obține mărimea grafică a unghiurilor, de exemplu: planșeta topografică. Cu ajutorul acesteia se materializează proiecțiile orizontale ale direcțiilor vizate, pe o suprafață orizontală, care este planșeta instrumentului (fig. 2.5). În acest caz unghiurile se obțin tot din două vize, ca la teodolit, însă nu se obține valoarea numerică a acestora, ci numai cea grafică.

2.11. TEODOLITE

2.110 DEFINIȚIE. CLASIFICĂRI

Instrumentul specific pentru măsurarea unghiurilor în ridicări este teodolitul. Acesta asigură o precizie ridicată ($2'' - 10''$) sau chiar foarte ridicată ($0,2'' - 2''$); astfel se utilizează în lucrările care reclamă o asemenea precizie, adică în lucrările de determinare și de îndesire a rețelelor de sprijin, precum și în anumite lucrări speciale. Dacă teodolitul este de precizie mai scăzută ($20'' - 1'$) și asigură inclusiv măsurarea distanțelor (pe cale optică, indirectă), fiind destinat lucrărilor cu caracter intensiv, poartă denumirea de teodolit-tahimetru sau simplu tahimetru.

Teodolitele și teodolitele-tahimetre pot fi de diferite tipuri, dimensiuni, caracteristici și precizii, fără ca din punctul de vedere al modului de lucru să difere prea mult. Dar oricare ar fi tipul și dimensiunile unui teodolit se disting întotdeauna aceleași organe principale: ambaza, cercul orizontal sau limbul, alidada, cercul vertical și luneta, precum și aceleași axe: axa principală (verticală) $V-V'$, care trebuie să fie verticală în momentul în care instrumentul este instalat în condiții de lucru în stație,

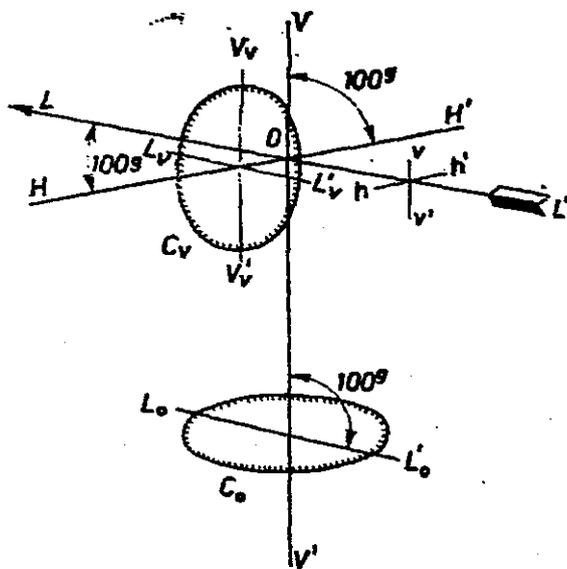


Fig. 2.6. Schema de principiu a unui teodolit.

— *teodolite cu citire centralizată, optice*, cu cercuri gradate de sticlă și sistem de citire a gradațiilor centralizat format dintr-un microscop, fixat, de obicei, lângă lunetă.

Teodolitele cu citire centralizată reprezintă un progres remarcabil față de teodolitele de construcție clasică, atât în ce privește randamentul de lucru cât și precizia asigurată. Datorită acestor însușiri, în prezent sînt folosite, cel puțin la noi, în exclusivitate.

Teodolitele optice au fost concepute la începutul secolului de către Wild-Elveția și realizate în producție de serie pentru prima dată (după primul război mondial) la Zeiss-Jena, apoi la uzinele, anume înființate, Wild Heerbrug-Elveția. Astăzi toate firmele producătoare de aparate topografice, mai importante, printre care: Wild și Kern din Elveția, Opton (Zeiss)-Oberkochen din RFG, Salmoiraghi și Galileo din Italia, Zeiss-Jena din RDG, MOM din RPU, uzinele de specialitate din URSS etc. produc asemenea teodolite, cunoscute în general și sub denumirea de teodolite de tip Wild.

2.111. CONSTRUCȚIA TEODOLITELOR. ORGANE, FUNCȚII

Partea din corpul teodolitului care se află montată pe alidadă formează suprastructura teodolitului ce se rotește solidar cu alidada în jurul axei verticale. Restul corpului teodolitului formează infrastructura.

Ambaza — Suportul aparatului, denumit și ambază este construit de obicei dintr-o piesă metalică triunghiulară sau circulară, la care sînt montate trei șuruburi de calare (fig. 2.7, a, b). În partea de jos a ambazei se găsește un dispozitiv cu două plăci: una rigidă și alta flexibilă. Șurubul de fixare a aparatului, de la trepied, se înșurubează în lăcașul cu filet al plăcii flexibile, iar aparatul se sprijină prin intermediul șuruburilor de calare pe placa rigidă (fig. 2.7, c). La unele teodolite șuruburile de calare sînt instalate în partea laterală a ambazei (fig. 2.7, d). Întrucît cu ajutorul acestui sistem verticalitatea axei principale poate fi modificată în limite relativ mici, trepiedul instrumentului est. prevăzut cu un stativ de cen-

axa secundară (orizontală) $H-H'$, în jurul căreia oscilează luneta în plan vertical și axa lunetei $L-L'$ (fig. 2.6). Organele secundare sînt de asemenea aceleași: nivela respectiv nivelele de calare, trepiedul și firul cu plumb. Toate dispun de un sistem de citire propriu, care diferențiază fiecare tip de instrument.

Teodolitele, după principiile de construcție ce stau la baza realizării lor și după modul de citire a gradațiilor — pot fi grupate în:

— *teodolite de construcție clasică*, cu cercuri gradate metalice și sisteme de citire cu vernier sau cu microscop cu scăriță.

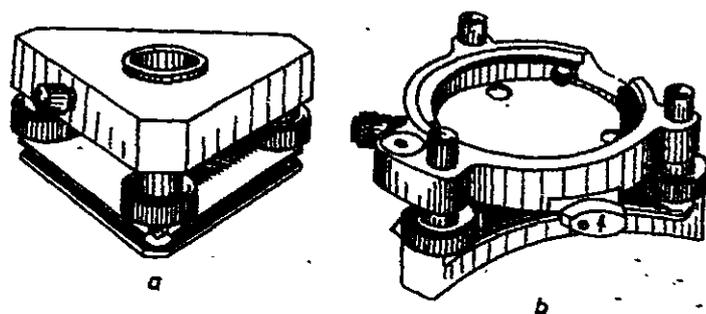
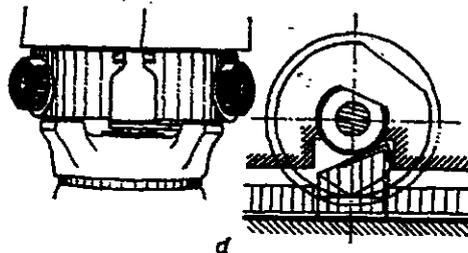
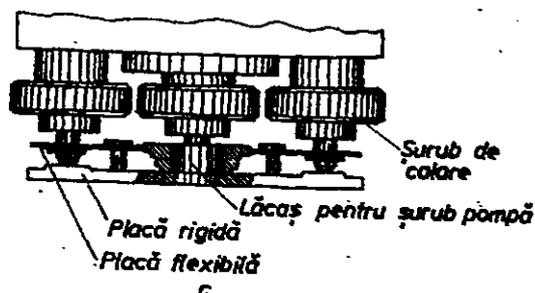


Fig. 2.7: Ambază :
 a — ambază de construcție Zeiss-Jena; b — ambază de construcție Wild; c — construcția inferioară a ambazei la un teodolit optic Zeiss-Jena; d — ambază de construcție Kern.



trare, care în prealabil se orizontalizează aproximativ cu ajutorul unei nivele sferice.

Cercul orizontal sau limbul. Pe el se măsoară unghiurile orizontale. Este format dintr-un cerc inelar de sticlă, în cazul teodolitelor optice și din metal, în cazul teodolitelor de construcție clasică, cu un diametru ce variază între 50 — 250 mm (fig. 2.8, a). Acest inel se fixează pe un suport metalic (fig. 2.8, b). Gradația poate să fie sexagesimală sau centezimală. Sensul de creștere a gradațiilor poate să fie direct sau indirect.

Alidada. Alidada are rolul de a proteja cercul orizontal și totodată de a susține furcile alidadei cu care face corp comun. Pe alidada sînt fixate și nivelele de calare. Furcile alidadei susțin axa secundară, care la rîndul ei susține cercul vertical, luneta și microscopul ce servește la citirea gradațiilor (fig. 2.9).

Limbul și alidada la unele teodolite, numite repetitoare, se pot roti împreună în jurul axei principale (mișcare generală) sau limbul rămîne pe loc și se rotește numai alidada (mișcare înregistratoare) (fig. 2.10, a). La alte teodolite se rotește numai alidada, deci au numai mișcare înregistratoare (fig. 2.10, b), dar în schimb au un dispozitiv ce acționează asupra cercului orizontal, permițînd introducerea unei valori dorite pe o direcție dată. Mișcările pot fi blocate cu ajutorul unor șuruburi sau pîrghii, care la rîndul lor sînt dublate de șuruburi de mică amplitudine.

Cercul vertical. Ca parte a eclimetrului servește la măsurarea unghiurilor verticale și are

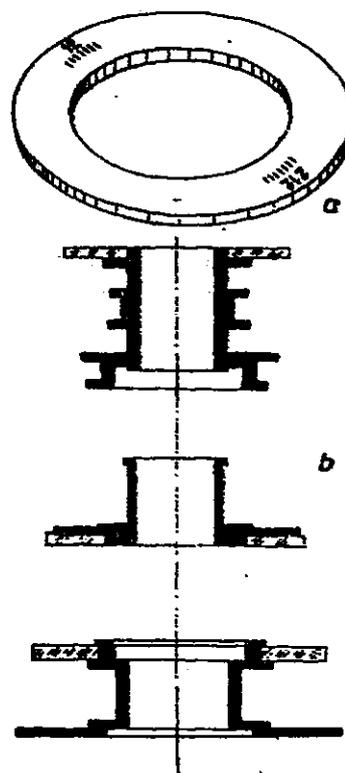


Fig. 2.8. Cerc orizontal și diferite sisteme de fixare la teodolite optice.

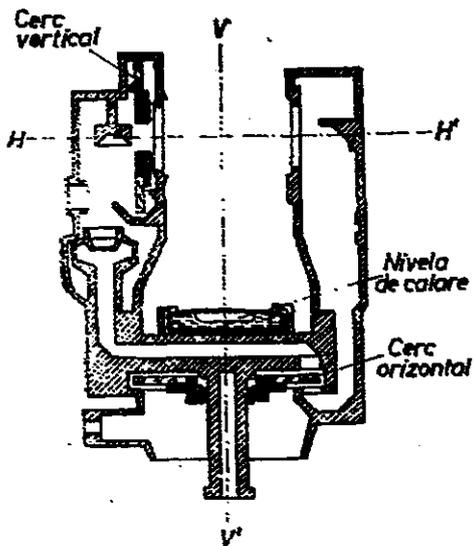


Fig. 2.9. Alidadă și furcile ei.

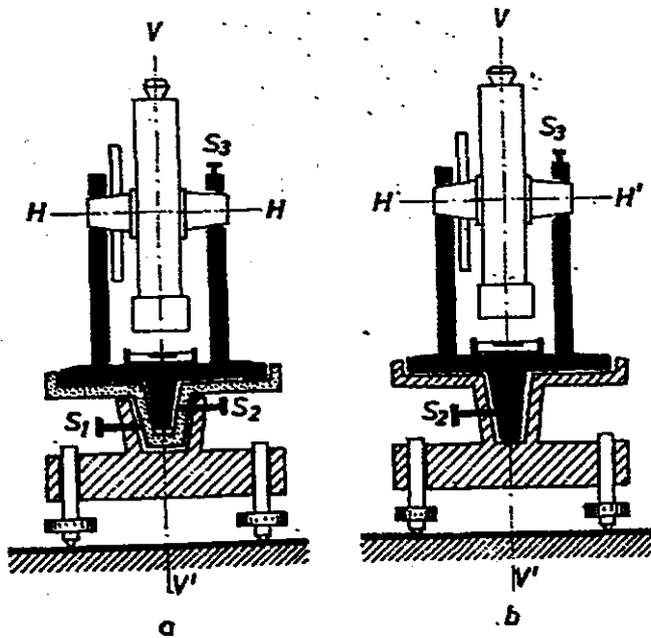


Fig. 2.10. Mișcările teodolitului în plan orizontal și vertical :

a - teodolite cu mișcare generală și înregistratoare; b - teodolite cu mișcare înregistratoare.
 S_1 - șurubul mișcării generale; S_2 - șurubul mișcării înregistratoare; S_3 - șurubul mișcării lunetei în plan vertical.

aceeași formă ca și cercul orizontal. Are, în general, un diametru mai mic decât limbul, dar gradajia este totdeauna de același fel. După originea și sensul de gradare (fig. 2.11) rezultă unghiul format de direcția lunetei fie cu orizontala, fie cu verticala locului. În primul caz rezultă unghiul de înclinare φ , iar în al doilea caz unghiul zenital z (fig. 2.12).

Luneta. Luneta care materializează axa de viză servește la vizarea punctelor (semnalelor). Constructiv se compune din două tuburi coaxiale

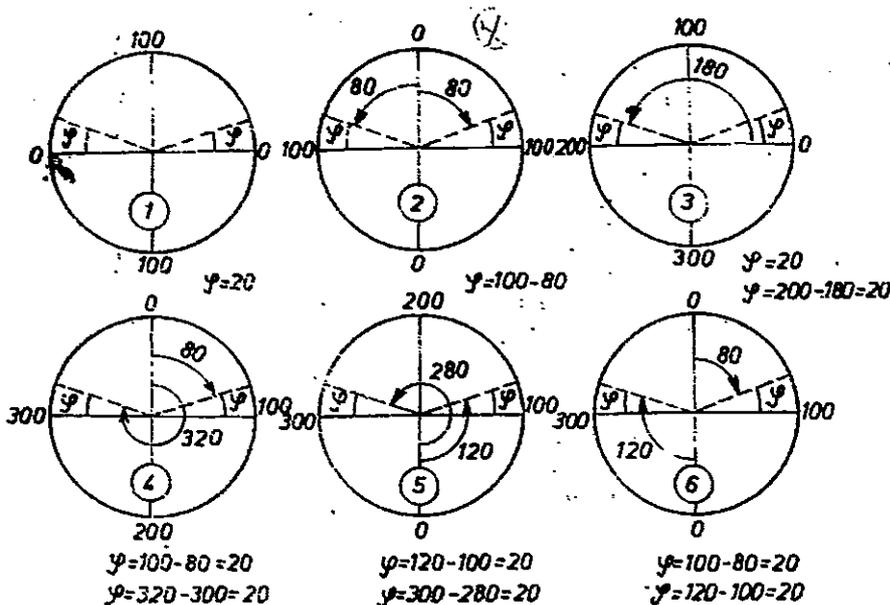


Fig. 2.11. Sisteme de gradații ale cercului vertical.

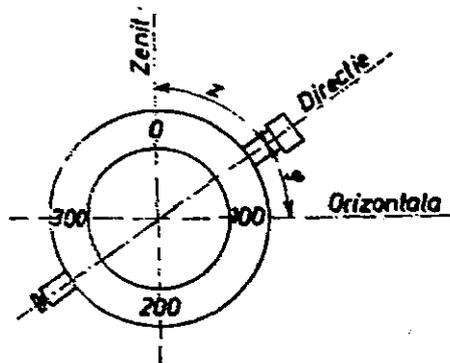


Fig. 2.12. Schema cercului vertical.

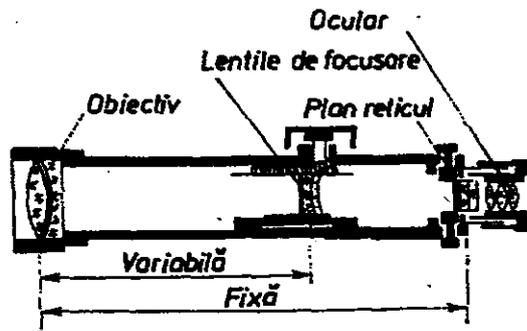


Fig. 2.13. Schema lunetei.

montate pe axa geometrică a ei și anume : unul mai lung, numit tub obiectiv, ce conține obiectivul, lentila de focusare și firele reticulare și unul mai scurt, numit tub ocular, ce cuprinde ocularul (fig. 2.13). Atât obiectivul, care este fix ca poziție, cât și ocularul, care este deplasabil în lungul tubului obiectiv, sînt compuse, de obicei, din mai multe lentile. Imaginea se formează conform schemei din figura 2.14. Obiectul AB ce se găsește la distanța d față de obiectiv va produce o imagine micșorată, reală și inversă $A'B'$, între ocular și focalul său F_2 , la distanța d_1 de ocular. Privită prin ocular acesta dă o imagine virtuală și inversă a obiectului observat $A''B''$, la distanța d_2 față de ocular. Lunetele aparatelor construite în ultimii ani au de obicei în plus o lentilă care redresează imaginea.

Lentila de focusare este deplasabilă în lungul axei lunetei. Firele reticulare gravate pe o placă de sticlă, numită și diafragmă, sînt fixate

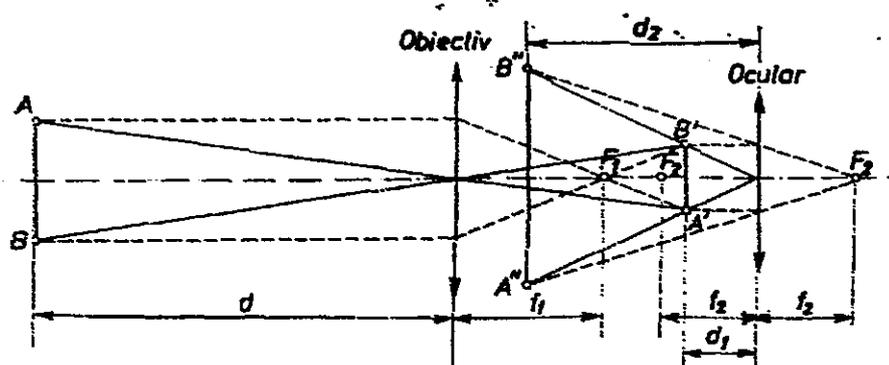


Fig. 2.14. Formarea imaginii cu ajutorul unei lunete topografice.

într-un cerc metalic care este prins, de obicei, în patru șuruburi opuse, două câte două (fig. 2.15), care fac ca planul firelor reticulare să fie reglabil, dar numai perpendicular pe axa lunetei. Firele sînt dispuse unul orizontal (nivelor), iar altul vertical (principal). Pe placa de sticlă mai sînt gravate și fire stadimetrice, care sînt paralele de obicei cu firul

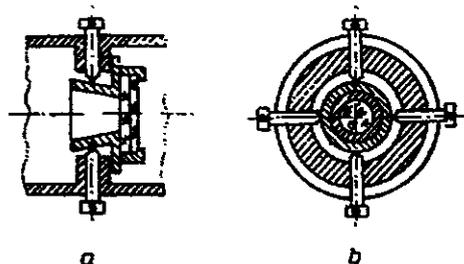


Fig. 2.15. Diagramă cu fire reticulare. a - secțiune; b - vedere.

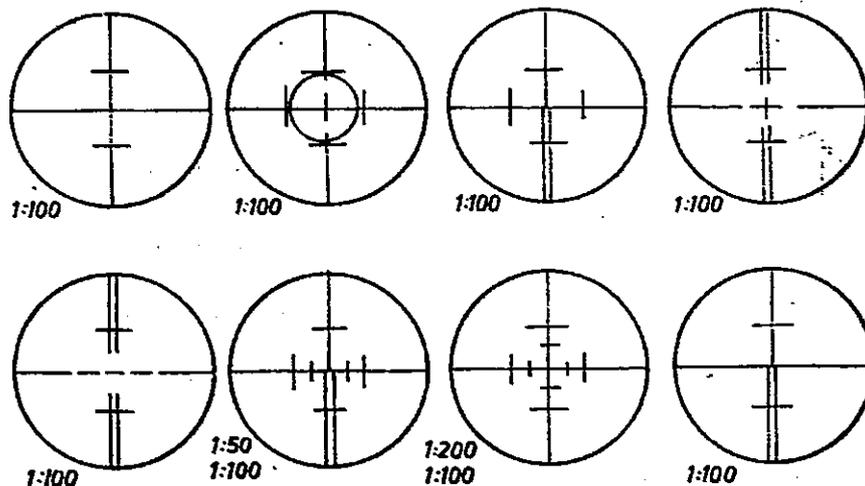


Fig. 2.16. Sisteme de fire reticulare.

nivelor, eventual cu firul principal și servesc la măsurarea distanțelor pe cale optică. Ca formă ele pot fi foarte variate așa cum se vede în figura 2.16.

Pentru vizarea unui semnal mai întâi se clarează imaginea firelor reticulare, acționând asupra ocularului, în funcție de numărul de dioptrii al operatorului, cu luneta îndreptată spre o suprafață luminoasă (cer). Această operație se face o dată la începutul măsurătorilor. Apoi se îndreaptă luneta în direcția semnalului vizat, privind cu ochiul liber deasupra lunetei, sau folosind cătarea acesteia. Dacă luneta este pe direcția dorită se blochează mișcările teodolitului și se acționează asupra lentilei de focusare până ce se clarează imaginea semnalului vizat. În sfârșit, folosind șuruburile de mică amplitudine în plan orizontal și vertical, se punctează semnalul, aducând întâi firul reticular orizontal la baza capului negru și încadrând apoi semnalul între firele reticulare verticale (fig. 2.17).

În observațiile astronomice și în ridicările subterane, unde înclinarea lunetei este foarte puternică se folosește luneta cotită. În cotitura tubului se află o prismă cu reflexie totală care frânge direcția razelor cu 100° (fig. 2.18).

Foarte practic este ocularul prismatic care este format dintr-o prismă cu reflexie totală într-o montură ce permite aplicarea pe ocular (fig. 2.19) și se montează numai atunci când este cazul.

Caracteristicile tehnice ale lunetei sînt: puterea de mărire, cîmpul de vizare, puterea de separare, luminozitatea și precizia de vizare.

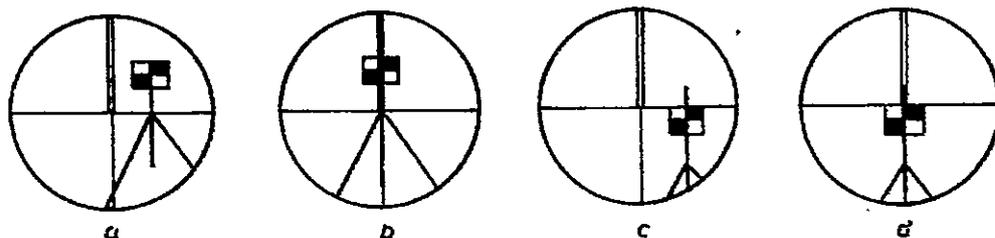


Fig. 2.17. Punctarea semnalului:

a - semnalul „prins” în cîmpul lunetei; b - semnal punctat pentru măsurarea unghiului orizontal; c - semnal punctat pentru măsurarea unghiului vertical; d - semnal punctat pentru măsurarea atât a unghiului orizontal cît și a unghiului vertical.

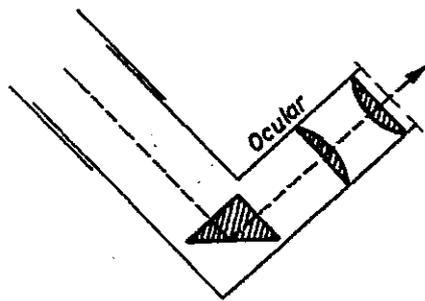


Fig. 2.18. Lunetă cotită.

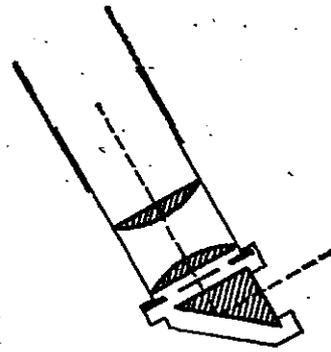


Fig. 2.19. Ocular prismatic

Puterea de mărire a lunetei M este o caracteristică tehnică importantă a lunetei și reprezintă raportul dintre mărimea imaginii A_0 pe care o înregistrează ochiul omenesc prin lunetă și mărimea imaginii a_0 înregistrată prin vedere liberă, adică :

$$M = A_0/a_0 \quad (2.1)$$

așa cum rezultă din figura 2.20 este direct proporțională cu mărimea distanței focale a obiectivului și invers proporțională cu mărimea distanței focale a ocularului :

$$M = f_1/f_2 \quad (2.2)$$

Rezultă că o putere de mărire mare presupune o lunetă lungă. Lunetele teodolitelor recent construite, deși sînt scurte, realizează o mare putere de mărire, folosind în acest scop teleobiectivi sau alte sisteme optice pentru frîngerea distanței focale (fig. 2.21).

Teleobiectivul este construit din două sisteme de lentile. Una convergentă de focar f_1 mare și alta divergentă de focar f_2 mai mic. Ele se montează la o distanță ceva mai mare decît diferența distanțelor focale ale celor două sisteme de lentile (fig. 2.22) :

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d} \quad (2.3)$$

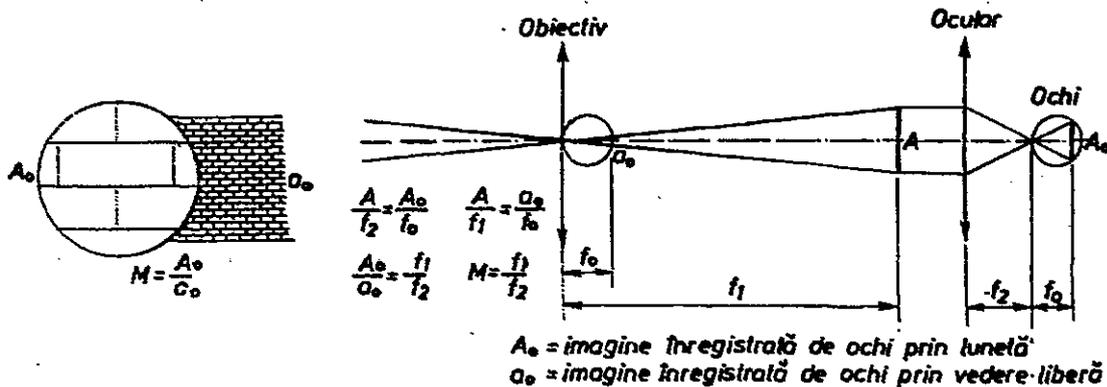


Fig. 2.20. Puterea de mărire a lunetei.

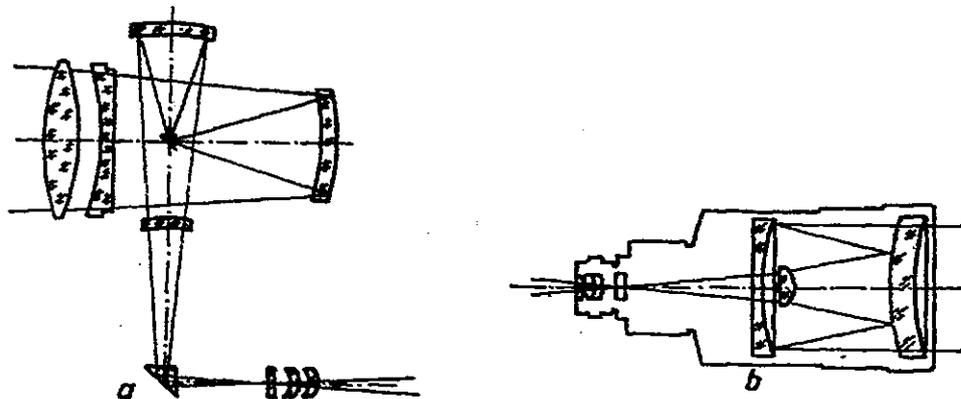


Fig. 2.21. Diferite sisteme optice pentru realizarea unor lunete scurte :
 a — sistem cu două oglinzi; b — sistem cu o singură oglindă.

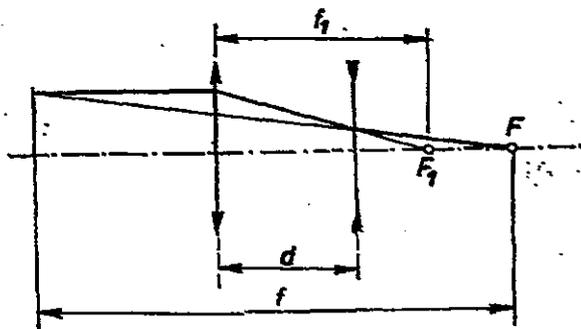


Fig. 2.22. Schema teleobiectivului.

Distanța focală a sistemului este mai mare decât distanța focală f_1 a lentilei convergente.

De exemplu: $f_1 = 8 \text{ cm}$, $f_2 = -4 \text{ cm}$, $d = 5 \text{ cm}$

$$f = \frac{8 \cdot (-4)}{(8-4)-5} = \frac{-32}{-1} = 32 \text{ cm}$$

Cîmpul de vizare a lunetei reprezintă spațiul conic limitat de

generatoarea ce trece prin centrul pupilei de intrare și marginea interioară a monturii firelor reticulare, fiind limitat de deschiderea diafragmei reticulului și are valori cuprinse între $1 \dots 2^\circ, 30'$. Cîmpul lunetei este invers proporțional cu mărirea ei. Prin urmare teodolitele cu mărirea mare au cîmpul mic.

Nivela de calare. Aceasta servește la aducerea instrumentului în poziție de lucru. Se disting nivele: torice, sferice, de contact, duble și cu cameră de compensație. Ultimele două tipuri se întîlnesc mai rar.

Nivela torică este formată dintr-o fiolă de sticlă în formă de tor, închisă ermetic și umplută incomplet cu un lichid foarte fluid (eter, alcool etc.) care nu îngheață nici la temperaturi joase. „Bula de aer” este formată din vaporii saturați ai lichidului. Pe fiolă sînt trasate diviziuni din 2 în 2 mm, care sînt simetrice față de mijlocul fiolei. Diviziunile mai lungi constituie reperi. Fiola este introdusă într-un tub metalic, montat în așa fel încît un capăt este fix, iar celălalt capăt este prevăzut cu un șurub de rectificare (fig. 2.23). Nivela se montează în așa fel încît directricea ei să fie perpendiculară pe axa principală.

Precizia nivelei este în funcție de sensibilitatea nivelei, prin care se înțelege unghiul de înclinare α a fiolei, corespunzător deplasării bulei de aer cu o gradație a fiolei (fig. 2.24). Se poate scrie:

$$\frac{\alpha^{cc}}{\rho^{cc}} = \frac{d}{R}, \text{ de unde } \alpha^{cc} = \frac{d}{R} \cdot \rho^{cc} \quad (2.4)$$

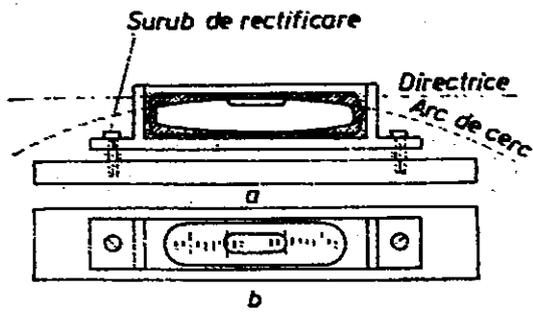


Fig. 2.23. Nivelă torică :
a - secțiune; b - vedere de sus.

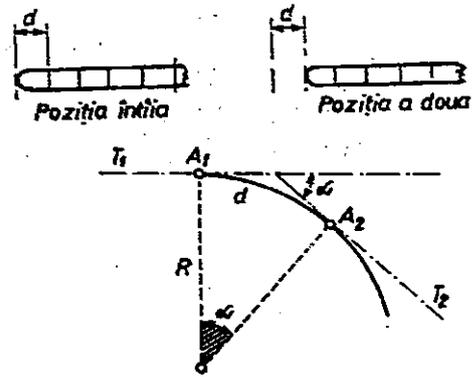


Fig. 2.24. Sensibilitatea nivelei.

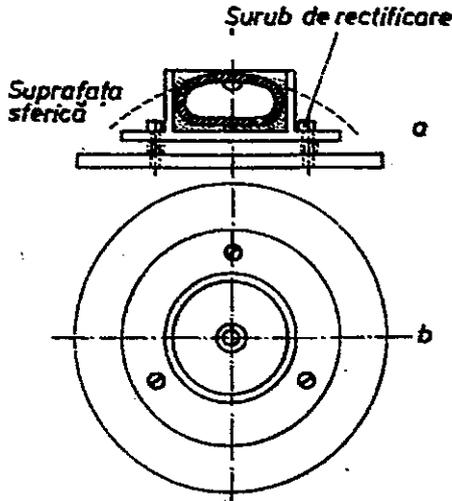


Fig. 2.25. Nivelă sferică
a - secțiune; b - vedere de sus.

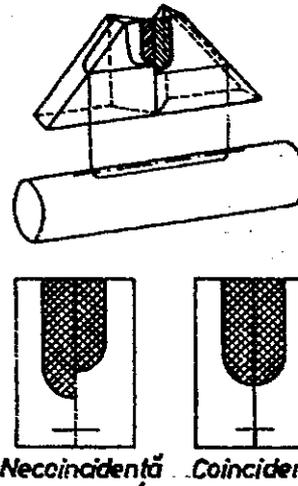


Fig. 2.26. Nivelă de contact.

Din formulă rezultă că sensibilitatea este în funcție în primul rând de curbura fiolei. Totuși razele de curbură prea mari nu sînt practice, deoarece determină o instabilitate a bulei.

Nivelă sferică (fig. 2.25) este mai puțin sensibilă și servește la calarea aproximativă a instrumentelor.

Nivelă de contact (fig. 2.26) este montată la cercul vertical al teodolitelor și mărește precizia de orizontalizare a indicilor. Este o nivelă torică la care s-a montat un sistem optic, care aduce capetele bulei într-o prismă în fața operatorului. La unele instrumente poziția corectă a indexului cercului vertical se asigură automat, prin folosirea de compensatoare.

Trepiedul. Montarea aparatului la o înălțime convenabilă de lucru pentru operator se face pe trepied. El se compune din trei picioare, de obicei

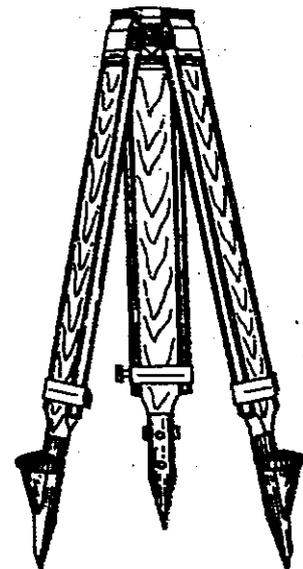


Fig. 2.27. Trepied telescopic.

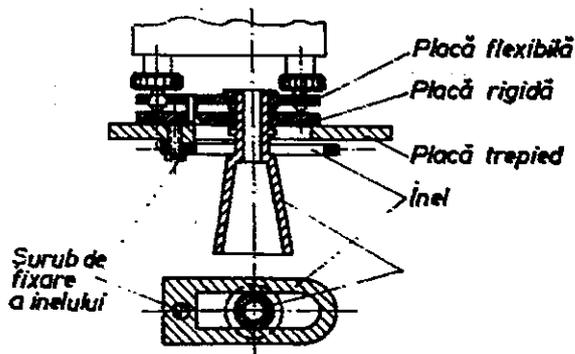


Fig. 2.28. Fixarea teodolitului de trepid.

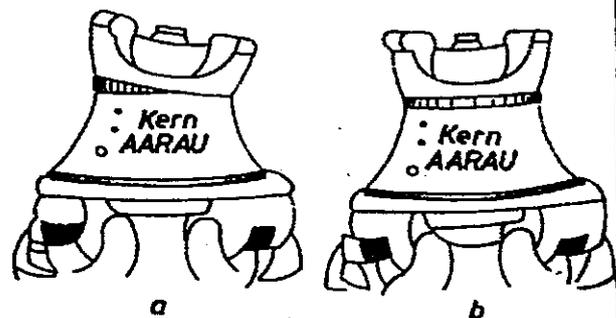


Fig. 2.29. Trepid cu platformă înclinată.
a — platformă înclinată; b — platformă orizontalizată.



Fig. 2.30. Firul cu plumb.

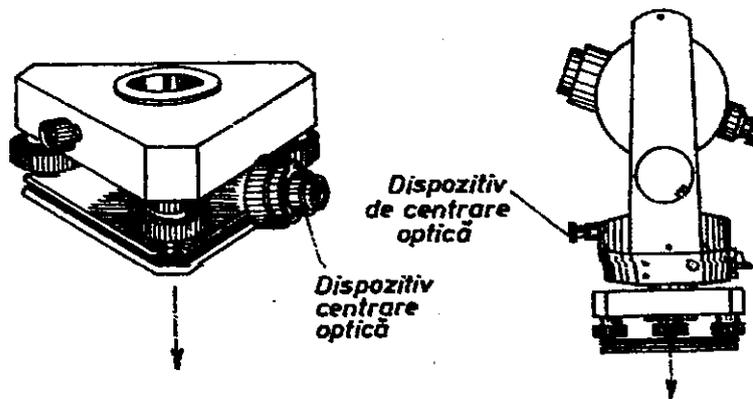


Fig. 2.31. Dispozitiv de centrare optică:
a — dispozitiv montat la ambaza teodolitului; b — dispozitiv încorporat în construcția teodolitului.

culisante, care se termină la partea inferioară cu oțite un sabot metalic (fig. 2.27). În centrul platformei se găsește un lăcaș circular, care permite translatarea ușoară a aparatului pe masa trepidului. În partea de jos a platformei este fixat un inel de care se prinde un șurub, cu ajutorul căruia se fixează aparatul de trepid (fig. 2.28). Unele trepiede au platformă înclinabilă, ceea ce reprezintă un avantaj la calarea aparatelor (fig. 2.29).

Firul cu plumb și dispozitivul de centrare optică. Cu ajutorul lor se realizează centrarea aparatului, respectiv aducerea axei principale la verticala punctului topografic. Firul cu plumb, constructiv, se compune dintr-un fir de suspensie, capul cu șurub și greutatea cu vârful de con (fig. 2.30). Centrarea precisă se face cu ajutorul unui dispozitiv optic, ce se montează la partea inferioară a aparatului sau este încorporat în construcția lui (fig. 2.31). Bastonul de centrare, de lungime variabilă și cu nivelă sferică asigură o centrare ce se pretinde rapidă și sigură (fig. 2.32).

Busola (fig. 2.33) și declinatorul (fig. 2.34). Acestea servesc la măsurarea orientării magnetice a unor direcții. La nevoie se montează pe una din furcile alidadei. Acul declinatorului poate oscila numai în fața unui număr redus de gradații în jurul originii.

Placa de centraj (fig. 2.35). Aceasta servește ca suport pentru instrumentele de măsurat unghiuri când stația este pe un pilastru, eventual un soclu.

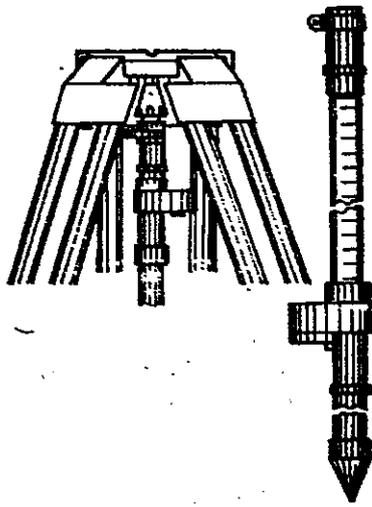


Fig. 2.32. Baston de centrare.

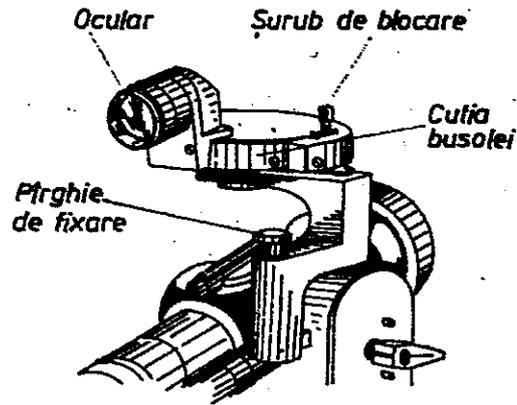


Fig. 2.33. Busolă topografică (Zeiss-Jena).

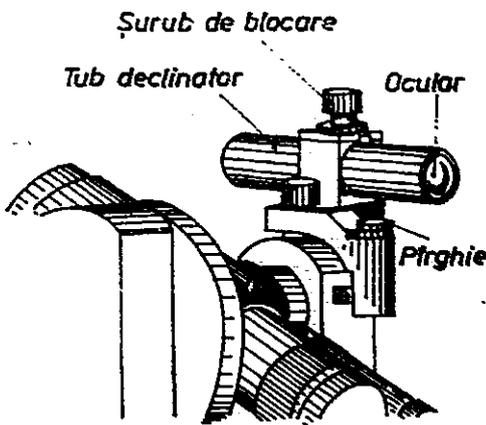


Fig. 2.34. Declinator (Zeiss-Jena).

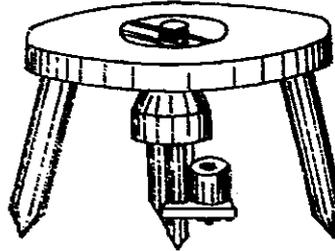


Fig. 2.35. Placă de centraj (Zeiss-Jena).



Fig. 2.36. Umbrelă topografică.

Umbrela topografică (fig. 2.36). Aceasta servește la protejarea aparatului de razele directe ale soarelui, deoarece încălzirile neuniforme au influență nefavorabilă asupra preciziei.

2.112. SISTEME OPTICE ȘI DE CITIRE

La teodolitele cu citire centralizată cercurile fiind din sticlă, pentru a fi protejate, sînt montate în interiorul construcției. Luminarea cercurilor gradate se face printr-un sistem optic format din oglinzi, prisme și lentile, care dirijează lumina prinsă din exterior, pînă în zona gradațiilor. De aici lumina, care poartă și imaginea cercurilor gradate este condusă mai departe la un microscop, unde se face citirea, așa cum se vede în figura 2.37. Razele de lumină la unele aparate trec printr-o lamelă de sticlă cu fețe plan-paralele, ce se găsește în legătură cu un micrometru optic, care poate fi acționat dintr-un tambur exterior (fig. 2.38). Lamela poate primi înclinări diferite, iar odată cu înclinarea acesteia se produce o abatere a razelor de lumină, ce se înregistrează cu o mare precizie la un micrometru

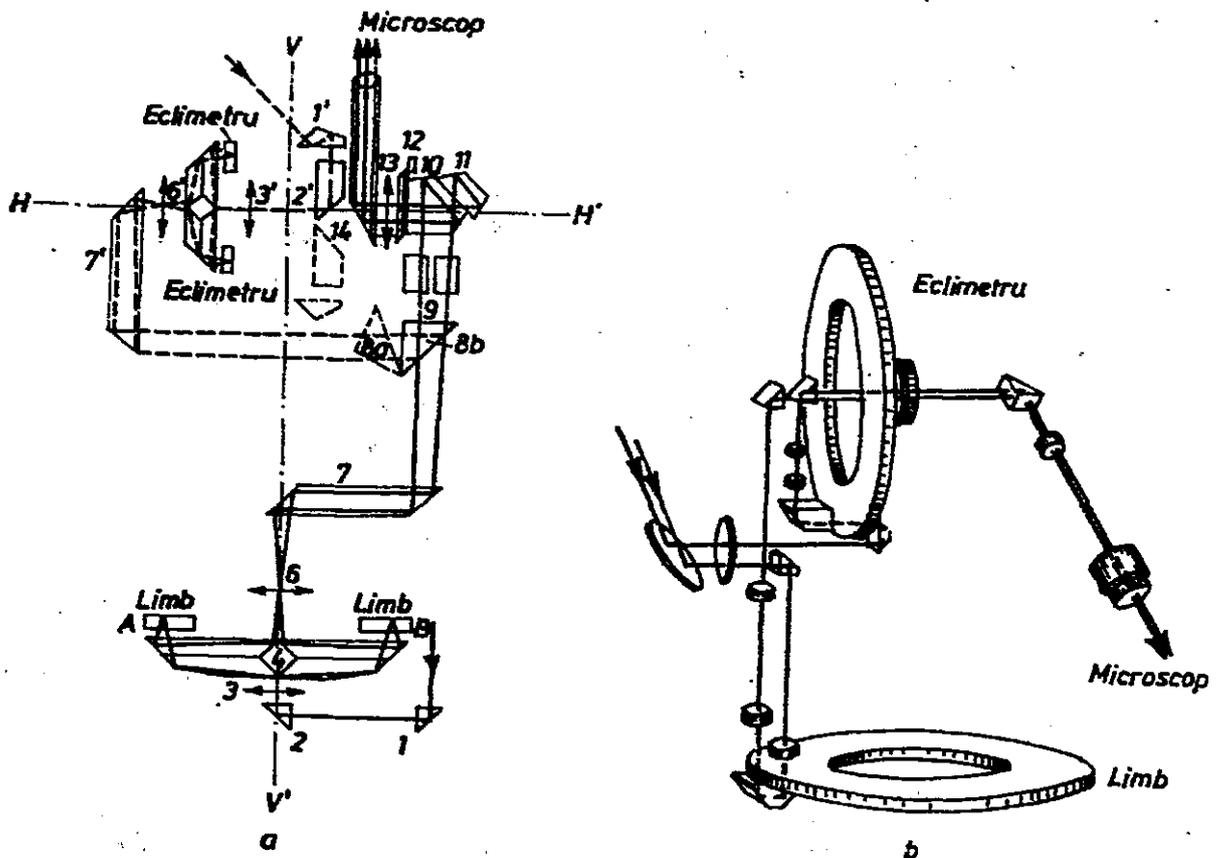


Fig. 2.37. Sisteme optice.
a - Wild T2; b - Theo-030 Zeiss-Jena.

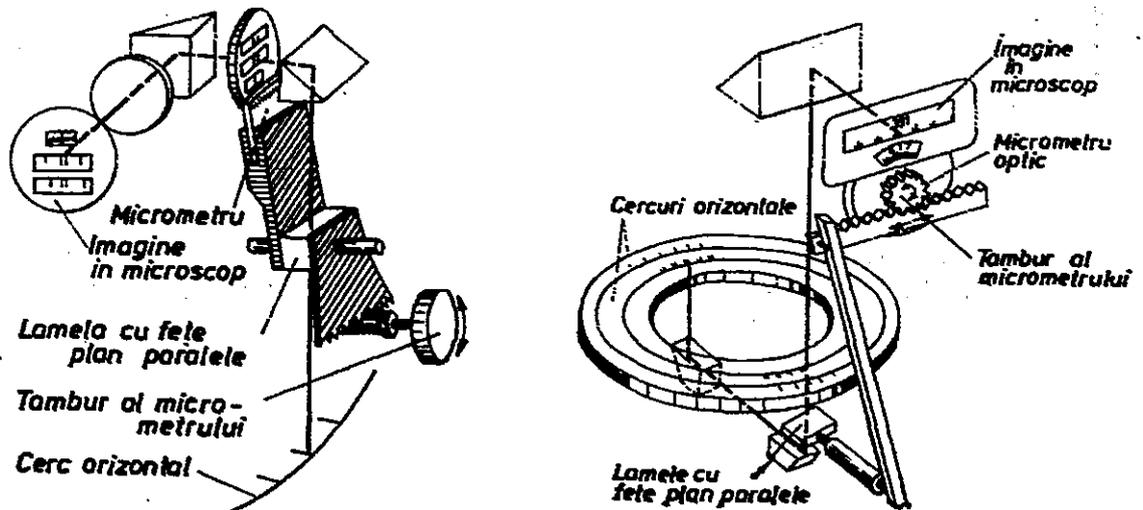
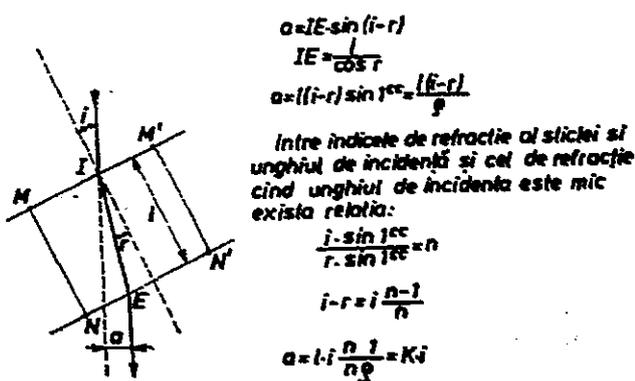


Fig. 2.38. Lamele cu fețe plan paralele și micrometre optice.

optic. Dacă unghiul de incidență i a razei de lumină ce cade în punctul I pe lamela cu fețe paralele este mic, se demonstrează, așa cum se poate urmări în figura 2.39, că abaterea razei emergente α , depinde, ca variabilă, numai de unghiul de incidență și anume :

$$\alpha = k \cdot i \quad (2.5)$$

Unele instrumente sînt înzestrate cu două lamele.



$$a = IE \sin(i-r)$$

$$IE = \frac{e}{\cos r}$$

$$a = \frac{e \sin(i-r)}{\cos r} = \frac{e(r-i)}{\cos r}$$

Între indicele de refracție al sticlei și unghiul de incidență și cel de refracție când unghiul de incidență este mic există relația:

$$\frac{i - \sin 1^{\text{cc}}}{r - \sin 1^{\text{cc}}} = n$$

$$i - r = i \frac{n-1}{n}$$

$$a = i \frac{n-1}{n} = Ki$$

Fig. 2.39. Abaterrea luminii ce străbate o lamelă cu fețe paralele.

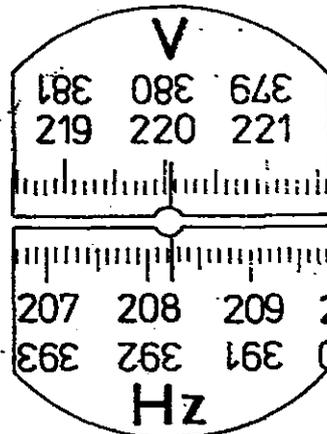


Fig. 2.40. Exemple de citire la teodolitul tahimetru Theo-080 Zeiss-Jena. Cerc orizontal = $208^{\circ}23'$, cerc vertical = $220^{\circ}07'$.

Sisteme de citire. Pentru măsurarea unghiurilor se citesc diviziunile pe cercurile gradate pînă în dreptul unui indice sau reper. Acest reper poate să fie de exemplu o linie proiectată peste gradațiile cercului. Dacă reperul corespunde exact cu o diviziune a cercului gradat, citirea se face direct. De regulă însă reperul se situează între două diviziuni de pe cercul gradat, astfel încît, la citirea directă se adună o cantitate oarecare X , care se apropiează, așa cum se vede în figura 2.40, unde sînt exemplificate două citiri la tahimetrul Theo-080 Zeiss-Jena. Pentru a fi evaluată cît mai exact această cantitate X , în general, se utilizează diferite sisteme de citire ca: vernierul, scărița, micrometrul optic etc. a căror precizie în raport cu sistemul de gradație trebuie identificată.

Determinarea preciziei de citire a unui aparat se face în felul următor:

— se identifică sistemul de gradație a cercului, centezimal sau sexagesimal, privind în preajma diviziunii zero. Dacă înainte de această valoare apare 359 sau 350 gradația este sexagesimală, dacă apare 399 sau 390 gradația este centezimală. Recunoașterea sistemului de gradație se poate face și în funcție de numărul diviziunilor în care este împărțit gradul. Dacă acesta are cinci, zece, eventual patru diviziuni, sistemul este centezimal, iar dacă are trei, șase, eventual două diviziuni, sistemul este sexagesimal;

— se precizează care este valoarea celei mai mici diviziuni de pe limb e . Aceasta, de obicei, la tahimetre este de 1° (1°), 20° ($20'$), eventual 50° ($30'$), iar la teodolite de 20° ($20'$), eventual 25° ($30'$), sau chiar 10° ($10'$);

— se numără diviziunile de pe sistemul de citire n ;

— se calculează precizia de citire făcînd raportul dintre valoarea celei mai mici diviziuni de pe cercul gradat și numărul diviziunilor de pe sistemul de citire, folosind relația:

$$p = e/n \quad (2.6)$$

De exemplu dacă valoarea ultimei diviziuni de pe limb $e = 1^{\circ}$, numărul diviziunilor de pe sistemul de citire (scală) $n = 100$, precizia aparatului $p = 1^{\circ}$.



Teodolitele optice după caracteristicile lor constructive și funcționale, ce se reflectă cu deosebire în sistemul de gradare și citire a gradațiilor, se pot grupa în mai multe tipuri printre care :

Teodolite-tahimetre cu indice sau fir și cu micrometru optic. Din această categorie face parte teodolitul repetitor Wild T1, cu mișcare generală și înregistratoare (fig. 2.41). În câmpul microscopului apar trei ferestruici cu gradații. Fereștrucia de jos, notată cu *Az* este a limbului, cea de mijloc, notată cu *V* este a cercului vertical, iar cea de sus a micrometrului. Citirea gradațiilor se face succesiv, mai întâi la cercul orizontal, apoi la cercul vertical.

Pentru citire, de exemplu la cercul orizontal, se acționează asupra rozetei de la furca alidadei, pînă cînd firele reticulare încadrează o diviziune. Gradele se citesc pe cerc, minutele pe micrometru, în sensul creșterii gradațiilor pînă la imaginea firului, iar zecile de secunde, la nevoie, se aproximează. Pentru citire la cercul vertical se procedează la fel. Un exemplu de citire se dă în figura 2.42.

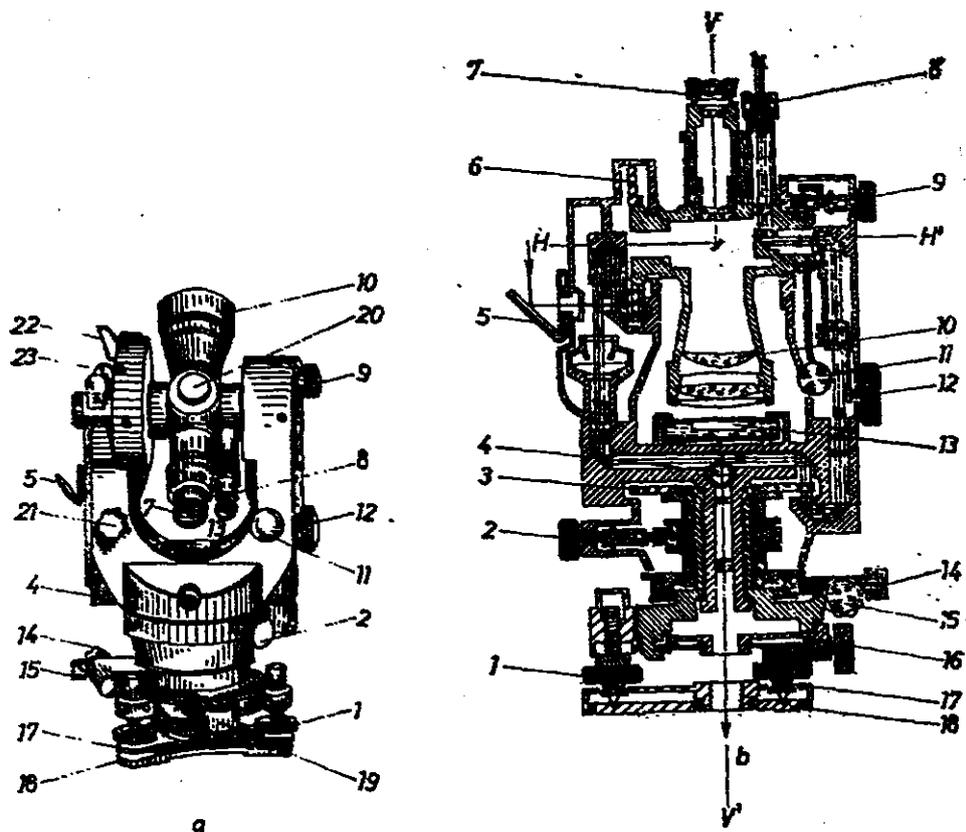


Fig. 2.41. Teodolit-tahimetru Wild T1:

a — vedere (T1); *b* — secțiune (T1-A).
 1 — șurub de calare; 2 — șurubul mișcării generale; 3 — cerc orizontal; 4 — dispozitiv de centrare optică; 5 — oglindă; 6 — cerc vertical; 7 — ocular; 8 — microscop; 9 — șurub de blocare a lunetei; 10 — obiectiv; 11 — șurub de mică amplitudine a lunetei; 12 — șurubul micrometrului optic; 13 — nivelă de calare; 14 — șurubul mișcării generale; 15 — șurubul de mică amplitudine a mișcării generale; 16 — șurub de demontare a ambazei; 17 — placă flexibilă; 18 — placă rigidă; 19 — nivelă sferică; 20 — buton pentru reglajul iluminării reticulului; 21 — șurub de rectificare a cercului vertical; 22 — oglindă de vedere prin reflexie a nivelii cercului vertical; 23 — nivelă cercului vertical.

Fig. 2.42. Exemple de citire la teodolitul tahimetru TI Wild. Cerc orizontal = $188^{\circ}14'90''$, cerc vertical = $9^{\circ}65'00''$

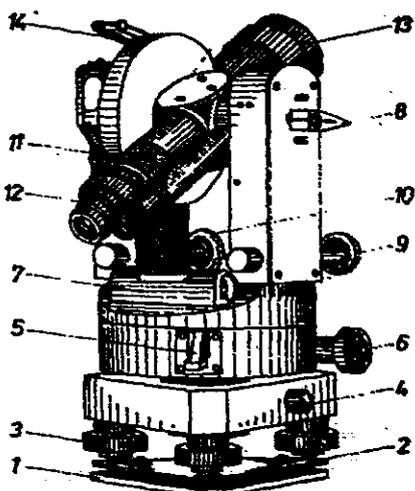
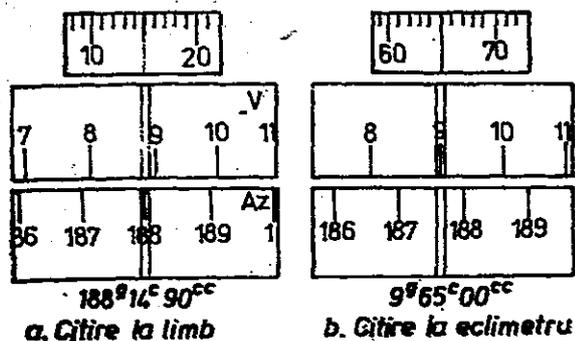


Fig. 2.43. Teodolit-tahimetru Theo-030 Zeiss-Jena :

1 — placă rigidă; 2 — placă flexibilă; 3 — șurub de calare; 4 — șurub de fixare a suprastructurii de ambasă; 5 — dispozitiv pentru introducerea unei valori la cercul orizontal; 6 — șurub de mică amplitudine a mișcării generale; 7 — nivelă torică; 8 — pârghie de blocare a lunetei; 9 — șurub de mică amplitudine a lunetei; 10 — șurub de rectificare a cercului vertical; 11 — vizor; 12 — microscop; 13 — lunetă; 14 — oglindă de vedere prin reflexie a nivelei ochiului vertical.

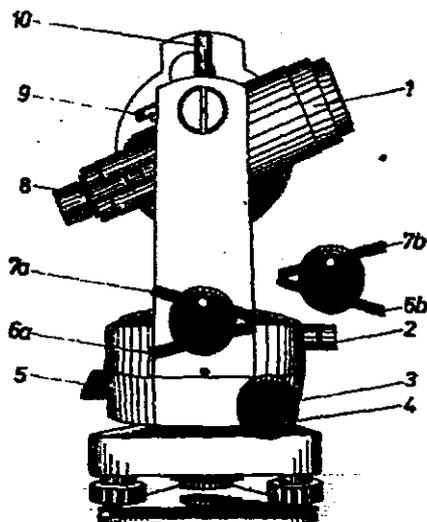


Fig. 2.44. Teodolit-tahimetru Theo-020 A Zeiss-Jena :

1 — lunetă; 2 — dispozitiv de centrare optică; 3 — șurub de mică amplitudine pentru lunetă; 4 — șurub de mică amplitudine a cercului orizontal; 5 — dispozitiv pentru introducerea unei valori doctite la cercul orizontal; 6 — pârghie pentru blocarea cercului orizontal (a — poziție liberă; b — poziție blocată); 7 — pârghie pentru blocarea lunetei în plan vertical (7a — poziție liberă; b — poziție blocată); 8 — microscop; 9 — vizor; 10 — dispozitiv pentru fixarea bazei.

Teodolite-tahimetre cu scală (scăriță). În câmpul microscopului apar în mod independent imaginile gradate ale celor două cercuri, orizontal și vertical, dintr-o singură regiune și totodată apar suprapuse peste fiecare imaginile mărite a cite unei scale. Din această categorie fac parte teodolite-tahimetre: Wild T16, Theo-030 (fig. 2.43), Theo-020, Theo-020 A (fig. 2.44) etc.

Scala este alcătuită dintr-o serie de linii echi-distante, gravate pe o lamelă de sticlă introdusă în sistemul optic al aparatului. Imaginea proiectată a scăriței peste gradații trebuie să corespundă perfect cu o diviziune de pe limb sau cercul vertical (fig. 2.45). Precizia scăriței, adică valoarea

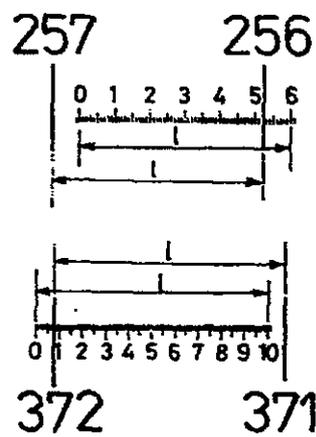


Fig. 2.45. Scală (scăriță).

cele mai mici gradații, este egală cu valoarea celei mai mici gradații de pe cerc, care corespunde cu lungimea scalei, împărțită la numărul gradațiilor scării. Originea este marcată cu zero, iar sensul de creștere a diviziunilor este invers creșterii valorilor gradațiilor de pe cerc.

Scărița reprezintă un sistem de citire foarte comod. În cazul în care diviziunea zero de pe scăriță se suprapune exact peste o diviziune de pe cerc citirea se face direct. În caz contrar se citesc gradele pînă la diviziunea care este sub scăriță, iar în continuare se citesc minutele și se estimează fracțiunile de minut (jumătăți eventual cincimi) de pe scăriță, în sensul creșterii gradațiilor, așa cum se exemplifică în figura 2.46.

Introducerea gradației zero la cercul orizontal se face cu ajutorul unui sistem de pîrghie, situat la ambaza aparatului, care poate ocupa două poziții: una corespunzătoare mișcării înregistratoare, cînd pîrghia este ridicată și alta corespunzătoare mișcării generale, cînd pîrghia este coborîtă. Cu pîrghia ridicată se rotește aparatul în plan orizontal pînă ce în câmpul microscopului apare diviziunea zero de pe limb. Aparatul se blochează în plan orizontal și din șurubul de mică amplitudine se aduce zero de pe scăriță în suprapunere cu zero de pe limb. În continuare cercul orizontal se blochează cu ajutorul pîrghiei și se vizează la semnalul dorit. Pentru măsurarea unghiurilor se ridică pîrghia, adică se eliberează limbul.

Teodolite cu citire prin coincidența diviziunilor. Acestea sînt cunoscute sub denumirea de teodolite tip T2. În câmpul microscopului apar două regiuni diametral opuse, față în față, prin suprapunere optică. Din această categorie pot fi menționate teodolitele T2-Wild (fig. 2.47), Theo-010 Zeiss-Jena (fig. 2.48), T2 construite în URSS, cunoscute înainte sub denumirea de TB₁ și TB₂. Tot din această categorie face parte și tahimetrul busolă Wild TO (fig. 5.31). Totodată este caracteristic și faptul că în câmpul microscopului apare, fie imaginea cercului orizontal, fie imaginea cercului vertical. Schimbarea imaginii se face cu ajutorul unui buton exterior. Sistemul optic este realizat în așa fel încît imaginea care apare în câmpul microscopului este formată din două regiuni diametral opuse ale cercului A și B. Acționînd asupra tamburului micrometric, care este în conexiune cu două lamele cu fețe paralele, precum și un micrometru optic, imaginea

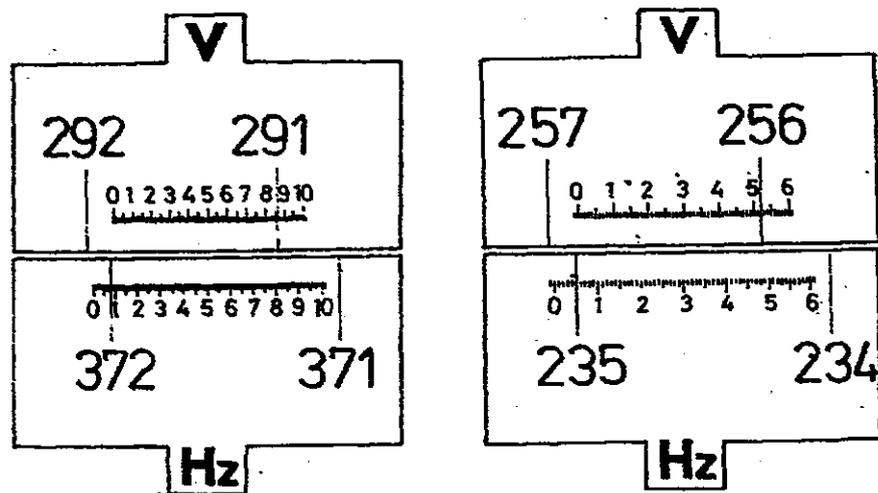


Fig. 2.46. Exemple de citire la teodolitul-tahimetrul Theo-020 și 030. A. Cerc orizontal = $372^{\circ}08'$, cerc vertical = $291^{\circ}86'$ B. Cerc orizontal = $235^{\circ}05'$, cerc vertical = $256^{\circ}52'$

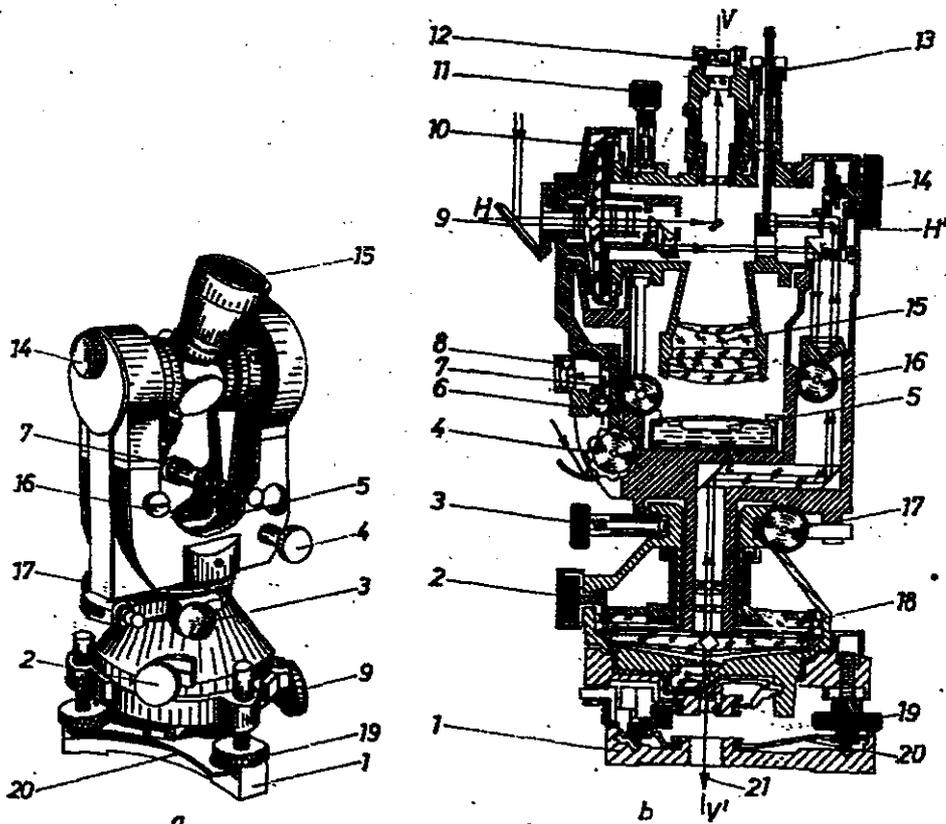


Fig. 2.47. Teodolit Wild T2: a - vedere; b secțiune:

1 - placă rigidă; 2 - dispozitiv pentru introducerea unei valori la cercul orizontal; 3 - șurubul de blocare a mișcării generale; 4 - șurubul de rectificare a cercului vertical; 5 - nivelă de calare; 6 - nivelă cercului vertical; 7 - șurub de mică amplitudine a lunetei în plan vertical; 8 - sistemul optic al nivelului cercului vertical; 9 - oglindă; 10 - cerc vertical; 11 - șurub de blocare a cercului vertical; 12 - ocular; 13 - microscop; 14 - șurubul micrometrului optic; 15 - obiectiv; 16 - dispozitiv de schimbare a imaginii cercurilor; 17 - șurub de mică amplitudine a cercului orizontal; 18 - cerc orizontal; 19 - șurub de calare; 20 - placă flexibilă.

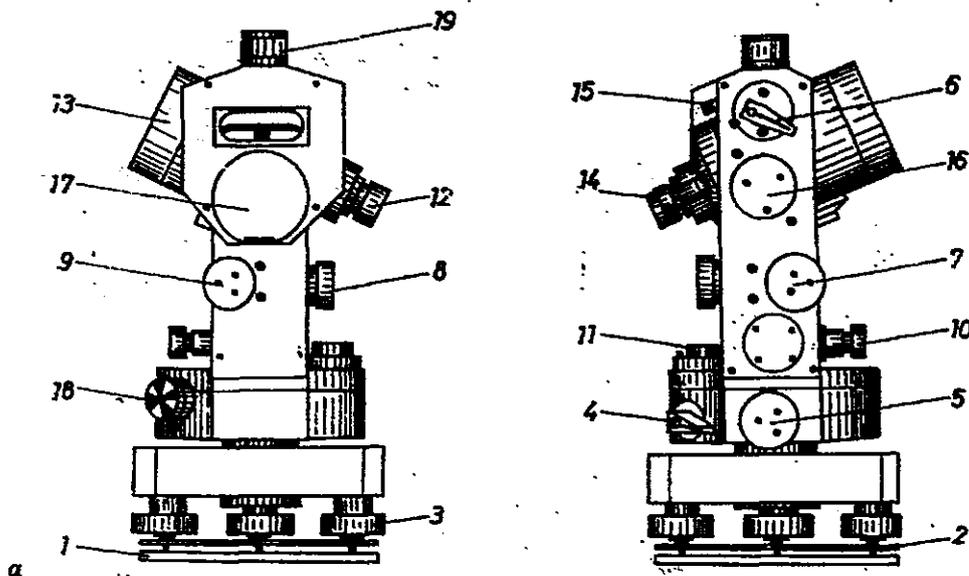


Fig. 2.48. Teodolit Zeiss-Jena Theo - 010:

1 - placă rigidă; 2 - placă flexibilă; 3 - șurub de calare; 4 - pârghie de blocare în plan orizontal; 5 - șurub de mică amplitudine în plan orizontal; 6 - pârghie de blocare a lunetei; 7 - șurub de mică amplitudine a lunetei; 8 - buton pentru schimbarea imaginii; 9 - șurub de rectificare a cercului vertical; 10 - dispozitiv de centrare optică; 11 - nivelă sferică; 12 - ocular; 13 - obiectiv; 14 - microscop pentru citirea gradajilor; 15 - vizor; 16 - tambur pentru micrometru; 17 - oglindă; 18 - dispozitiv pentru introducerea unei valori la cercul orizontal; 19 - sistemul optic al nivelului cercului vertical.

diviziunilor se deplasează în sens invers, deși zonele A și B ale cercului se deplasează în același sens față de centrul cercului C . În aceste condiții, unei deplasări unghiulare unitare α îi va corespunde o deplasare liniară dublă A_1B_1 (fig. 2.49). Pentru citirea gradațiilor se acționează tamburul micrometric până când în porțiunea centrală diviziunile diametral opuse se aduc optic în coincidență (suprapunere). Întrucât prismele pentagonale (10 și 11 din sistemul optic — fig. 2.37, a) elimină porțiunile curbe, coincidența se realizează după o linie (fig. 2.50). Tot în câmpul microscopului apare și imaginea micrometrului optic.

Pentru citire, gradațiile ce se găsesc în poziții întâmplătoare, se aduc în coincidență din rozeta micrometrului (fig. 2.51). Se citesc gradele scrise direct din fața indicelui din centrul microscopului, respectiv acea gradație scrisă drept a cărei corespondență, scrisă invers, apare în sens crescând, de obicei, în dreapta. Pentru obținerea zecilor de minute se numără diviziunile de la gradele citite până la indice sau până la gradația opusă, diferită cu $200''$ ($180''$). În primul caz fiecare diviziune valorează câte $20''$ ($20'$), iar în al doilea caz câte $10''$ ($10'$), dacă gradele au 5 respectiv 3 diviziuni. Unitățile de minute și secunde se citesc la micrometru, în sensul creșterii diviziunilor până la un fir. În figura 2.52 se exemplifică citirile.

La unele teodolite de acest tip, recent construite, există un sistem semi-digitalizat de citire. Acesta permite citirea directă și a numărului de zeci

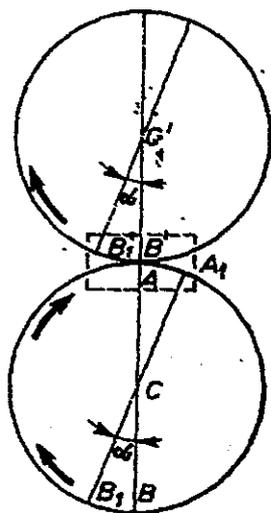


Fig. 2.49. Principiul coincidenței la teodolitul T2.

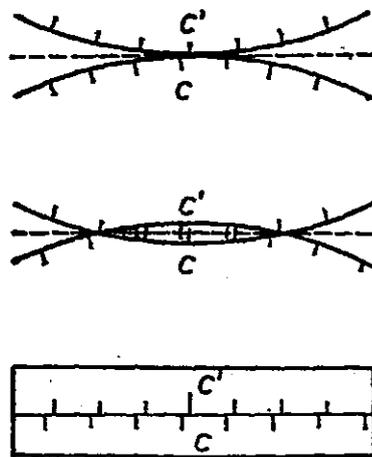


Fig. 2.50. Eliminarea efectului de curbură pentru a putea face coincidența.

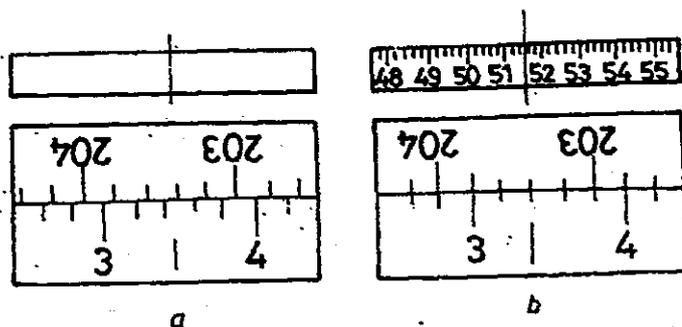


Fig. 2.51. Realizarea coincidenței la teodolitul T2:

a — necoinidență; b — coincidență;

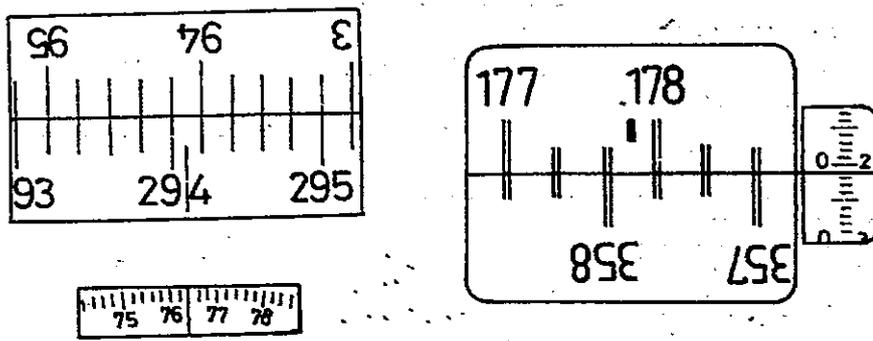


Fig. 2.52. Exemple de citire la teodolitul T2 :
 a - $249^{\circ}17'64''$; b - $177^{\circ}50'21''$.

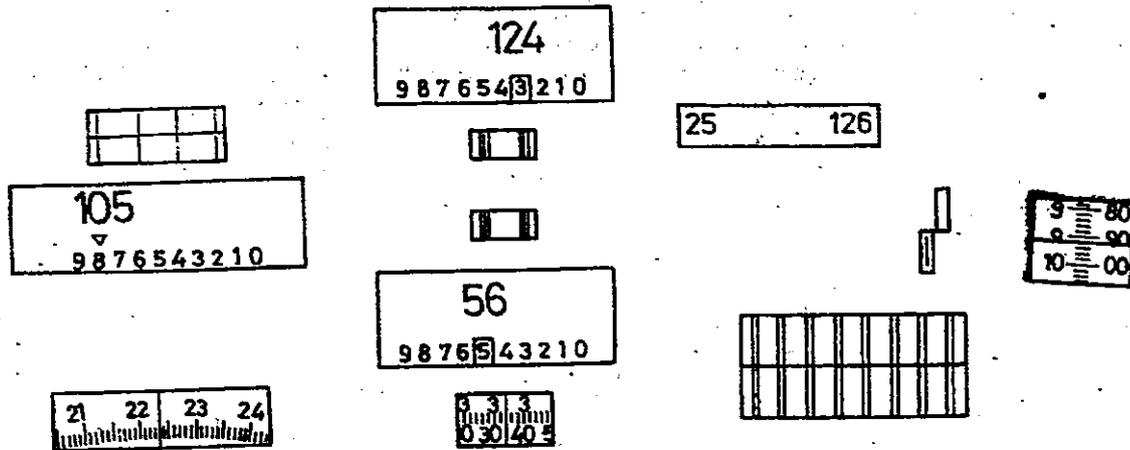


Fig. 2.53. Exemple de citire la teodolitul T2 semidigitalizat :
 a - $105^{\circ}32'23''$; b - $56^{\circ}53'34''$; c - $126^{\circ}19'92''$.

de minute. Pe micrometru se citesc direct minutele și zecile de secunde, urmînd a se număra doar secunde (fig. 2.53).

La aceste teodolite pentru introducerea valorii zero la limb prima dată se vizează în direcția dorită, apoi se pune micrometrul la zero, acționînd din rozeta de coincidență și în final se acționează din butonul de comandă ce controlează poziția limbului, ținînd locul mișcării generale, pînă ce diviziunea zero scrisă direct vine în coincidență cu diviziunea corespondentă notată cu 200° sau 180° scrisă invers. Indicele fix din cîmpul microscopului apare suprapus peste aceste două diviziuni. Datorită pasului mare a butonului de comandă, sistemul nu permite introducerea, cu ușurință, a valorii zero. Din acest motiv nici nu se insistă prea mult, deoarece rezultatele nu sînt afectate chiar dacă se pleacă cu o altă valoare. Totuși se recomandă ca aceasta să fie citit se poate de apropiată de valoarea zero.

Teodolite cu duble cercuri și micrometru optic. Aceste teodolite au atît pentru limb cît și pentru cercul vertical cite două cercuri concentrice solidare. Gradațiile care apar duble în cîmpul microscopului sînt : una de pe partea unui cerc, iar dublura sa de pe partea opusă a celuilalt cerc. Gradațiile sînt înscrise pe un singur cerc și astfel apar o singură dată. Pot fi menționate teodolitele : Kern DKM-1, DKM-2, DKM-3 etc.

În cîmpul microscopului apar trei ferestruici : două ale cercurilor și una a micrometrului. Pentru citirea gradațiilor pe un cerc (la celălalt se face la fel), se acționează tamburul micrometrului pînă ce firul reper este

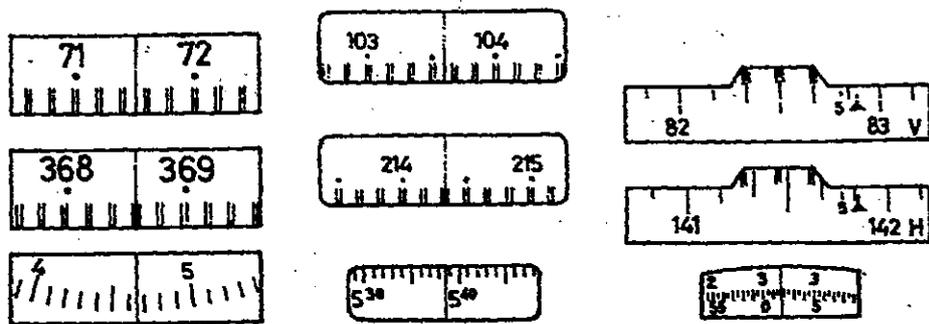


Fig. 2.54. Exemple de citire la teodolitul cu duble cercuri :
 a) DKM1 - $368^{\circ}64'65''$; b) DKM2 - $214^{\circ}25'38,7''$; c) DKM3 - $82^{\circ}53'01,8''$.

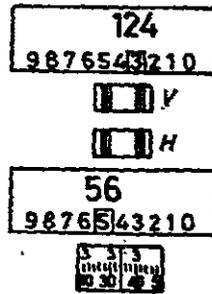


Fig. 2.55. Exemplu de citire la teodolitul DKM2 A semi-digitalizat
 $56^{\circ}53'34''$.

încadrat de cea mai apropiată pereche de diviziuni. Se citesc direct gradele și zecile de minute pînă la fir, iar minutele și secunde la micrometru, întocmai ca la teodolitele T2 (fig. 2.54). Întrucît diviziunile sînt duble, încadrarea simetrică a firului se face foarte sigur astfel că erorile de citire sînt mult reduse. S-au construit și teodolite DK cu sistemul de citire semidigitalizat, care prezintă un sistem perfecționat de citire. Un exemplu de citire se dă în figura 2.55.

Teodolite de înaltă precizie. Aceste teodolite sînt caracterizate prin parametri de precizie foarte ridicați : puterea de mărire a lunetei poate fi în general modificată de la 30x pînă la 80x, prin schimbarea ocularelor.

Datorită diametrelor mari pe care le au cercurile, cea mai mică diviziune pe micrometru ajunge de ordinul zecilor de secunde. Din această categorie fac parte teodolitele Wild T4, Theo-003 Zeiss-Jena etc. Aceste teodolite se folosesc la determinarea rețelelor de triangulație de ordin superior I și II.

Teodolite de construcție specială. Din această categorie pot fi menționate mai multe tipuri de teodolite :

Teodolite cu înregistrare fotografică a gradațiilor. Aceste teodolite conțin un dispozitiv optic de înregistrare, ceea ce conduce la o reducere importantă a timpului de lucru necesar în teren. În plus se elimină erorile posibile de citire (sau de înregistrare în carnet) și chiar tendința inevitabilă de „corectare” a observațiilor în funcție de rezultatele anterior obținute, deoarece valorile măsurate se vor cunoaște doar la birou, după dezvoltarea filmului. Din această categorie pot fi menționate teodolitele : Askania Tpr, Wild T3 etc. La teodolitul Askania Tpr fiecare fotografie cuprinde imaginile de la ambele cercuri ale teodolitului, ale nivelei de calare, ora, detalii asupra denumirii punctului etc. Exploatarea filmului (aducerea în coincidență a imaginilor gradațiilor diametral opuse și efectuarea lecturilor) se poate realiza fie la un microscop auxiliar (Wild T3), fie prin folosirea casetei detașabile a micrometrului optic cu coincidență (Askania Tpr).

Teodolite la care gradația obișnuită a cercului orizontal și vertical este înlocuită cu o gradație codificată. Din această categorie se poate menționa teodolitul FLT-3. Cercurile teodolitului au gravate patru canale concentrice corespunzătoare pentru $100''$, $10''$, $1''$ și $0,1'' = 10''$, formate din linii albe-negre, de diverse dimensiuni și două canale folosite la exploatarea ulterioară.

Fig. 2.56. Cerc orizontal (segment) de la tahimetrul electronic Opton Elta 2.

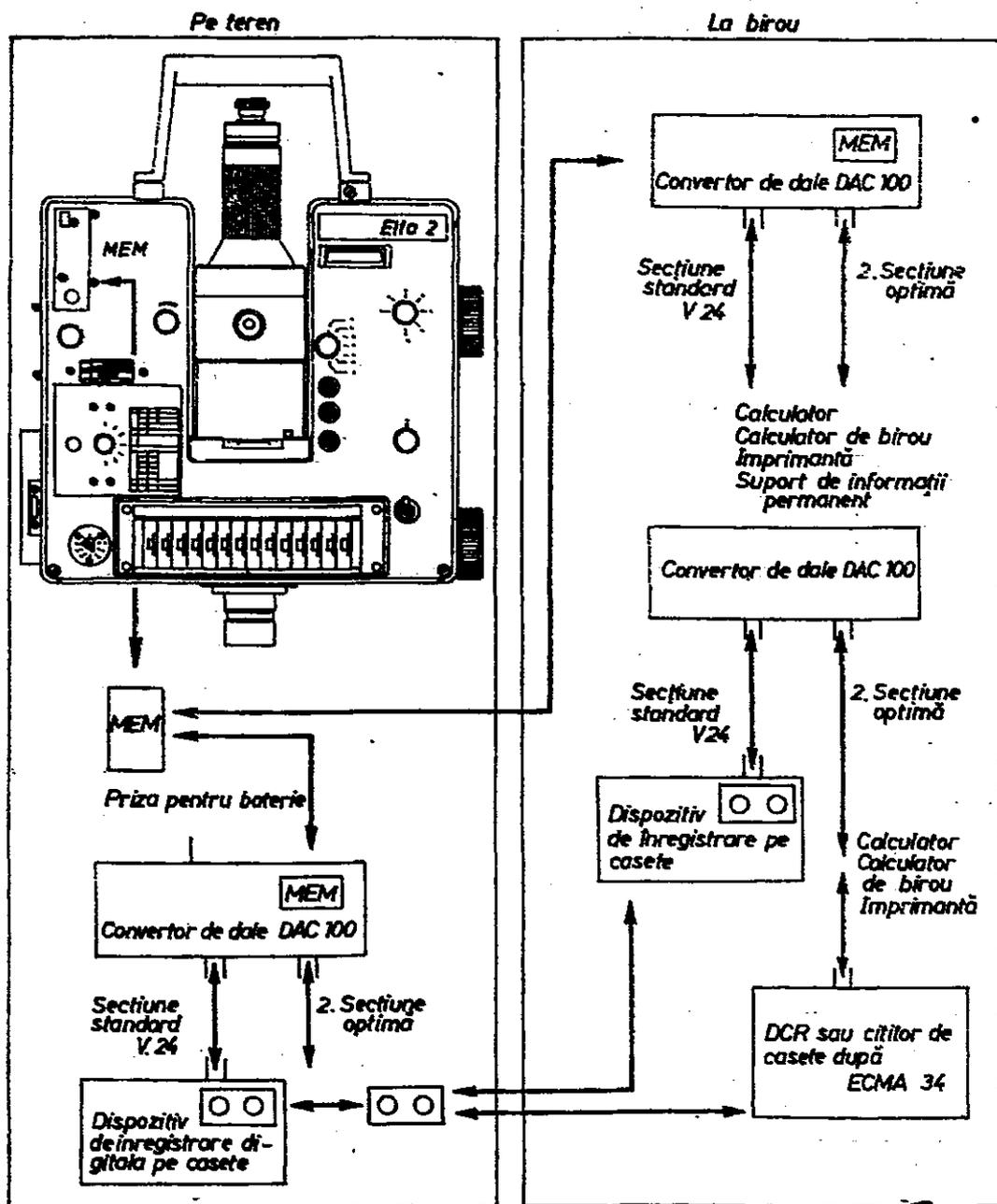
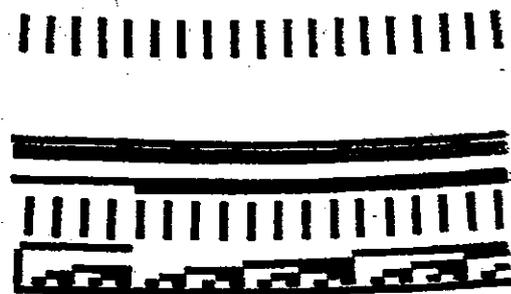


Fig. 2.57. Tahimetrul electronic Opton Elta 2. Vedere și schemă de lucru.

Teodolite la care valorile unghiulare se înregistrează direct pe bandă perforată, cu prelucrarea electronică a datelor. Aceste teodolite permit automatizarea completă a întregului proces de măsurare. Pe această linie rezultate deosebite s-au obținut la firma Opton (Zeiss)-Oberkochen din RFG. Astfel tahimetrul electronic ELTA-2 este un teodolit de mare precizie cu sistem digitalizat, care servește și la măsurarea distanțelor pe cale electro-optică. Dispune și de un microcomputer pentru calcule și un memorator pentru înregistrarea datelor unghiulare și de distanță.

Teodolite cu autoclimație, cu laser etc. sînt mai noi și mai puțin răspîndite.

În figura 2.56 se dă imaginea unei porțiuni din cercul orizontal, iar în figura 2.57 se dă schema prelucrării datelor în sistemul ELTA-2.

În tabelul 2.1 se dau cîteva caracteristici ale unor teodolite și tahimetre cu citire centralizată.

2.114. TEODOLITE CLASICE

Pînă de curînd ridicările de toate naturile s-au efectuat cu instrumente clasice, cu cercuri gradate metalice și sisteme de citire corespunzătoare: verniere, scărițe, tambure etc.

În ridicările de precizie ele au fost înlocuite total. În ridicările de detaliu, ele mai rezistă, pe alocuri, fiind corespunzătoare ca precizie, însă total depășite ca randament.

Dintre sistemele de citire ale acestora un loc deosebit îl ocupă vernierul care se întilnește și la alte instrumente topografice de uz curent ca: planimetrele, unele stadii de precizie etc.

Vernierul este un dispozitiv simplu de formă circulară sau liniară, gradat în diviziuni egale ca mărime, însă ceva mai mici decît ale cercului sau riglei pe care se aplică, astfel încît cele n diviziuni ale vernierului cuprind exact $n-1$ diviziuni ale cercului sau riglei (fig. 2.58), adică:

$$n \cdot v = (n - 1) \cdot e \quad (2.7)$$

Diferența $e-v$ reprezintă precizia vernierului și rezultă egală cu raportul dintre valoarea celei mai mici diviziuni de pe cerc sau riglă și numărul diviziunilor de pe vernier:

$$p = e - v = e/n \quad (2.8)$$

Sensul de creștere a diviziunilor corespunde cu sensul creșterii diviziunilor de pe cerc sau riglă.

După cunoașterea preciziei aparatului se trece la citirea gradațiilor. Reperul pînă în dreptul căruia se citesc gradațiile este diviziunea zero de

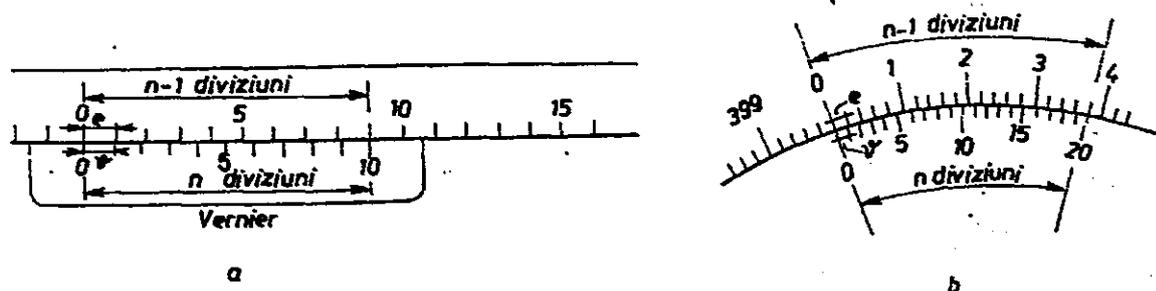


Fig. 2.58. Vernier:
a - vernier liniar; b - vernier circular

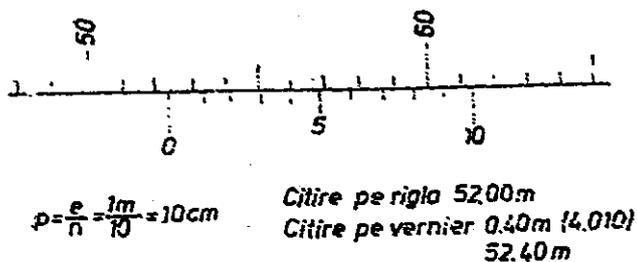


Fig. 2.59. Exemplu de citire la vernier.

se înmulțește cu precizia aparatului (e/n). Astfel se obțin unitățile ce se adună la citirea directă. Exemplificarea citirilor este dată în figura 2.59.

2.115. AȘEZAREA TEODOLITULUI ÎN STAȚIE

Teodolitul se găsește în poziție de lucru atunci când axa principală este verticală și prelungirea ei trece prin punctul topografic marcat la sol. Aceste condiții se realizează prin centrarea și calarea teodolitului.

Pentru centrare teodolitul se așază aproximativ deasupra punctului stație, astfel ca platforma să fie aproximativ orizontală, iar virful firului cu plumb să fie cât mai aproape de punct. Se înfig picioarele trepidului în pământ, apăsând pe urechile saboților. Aparatul se așază pe platforma trepidului și se prinde cu ajutorul șurubului de fixare, fără a se strânge definitiv. Această centrare se consideră aproximativă și se definește pe cale optică după calarea aparatului.

La început, dacă instrumentul are și o nivelă sferică, se face o calare aproximativă. Calarea propriu-zisă se face cu ajutorul nivelei torice. În acest scop nivela se aduce într-o poziție paralelă cu două șuruburi de calare c_1 și c_2 (fig. 2.60, a) și se acționează în sens invers și simultan până ce bula nivelei vine între repere. Apoi se rotește alidada până ce bula ajunge într-o poziție aproximativ perpendiculară pe prima (fig. 2.60, b). Se acționează din al treilea șurub de calare până ce bula vine iarăși între repere. Operațiile descrise se repetă. Pentru control nivela se aduce într-o poziție paralelă cu prima, dar schimbată cu $200'$ (fig. 2.60, c). Dacă bula nu rămâne între repere este semn că nivela nu este rectificată, iar axa principală nu este verticalizată. Pentru rectificare bula nivelei se aduce între repere, și anume jumătate din deplasare se elimină din șurubul de recti-

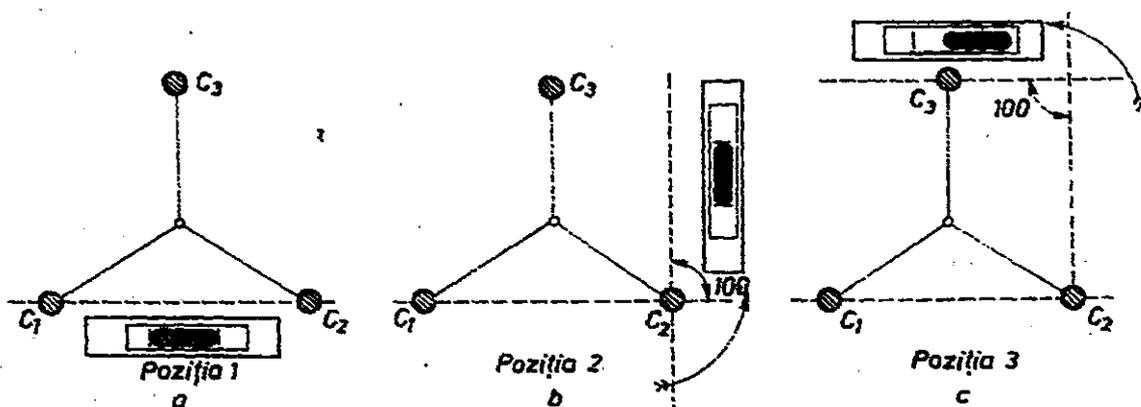


Fig. 2.60. Calarea teodolitului (verificarea nivelei teodolitului)

a - poziția I; b - poziția II; c - poziția de control.

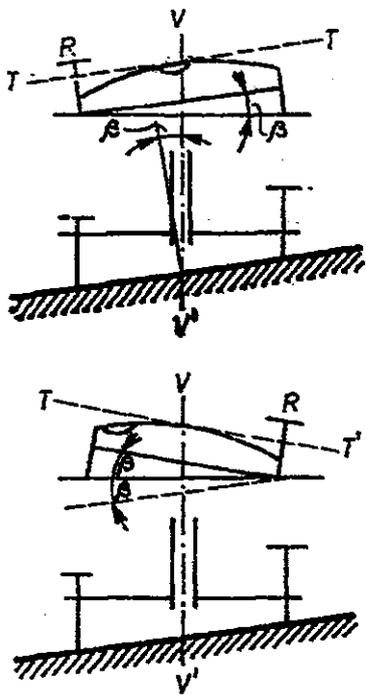


Fig. 2.61. Rectificarea nivelei.

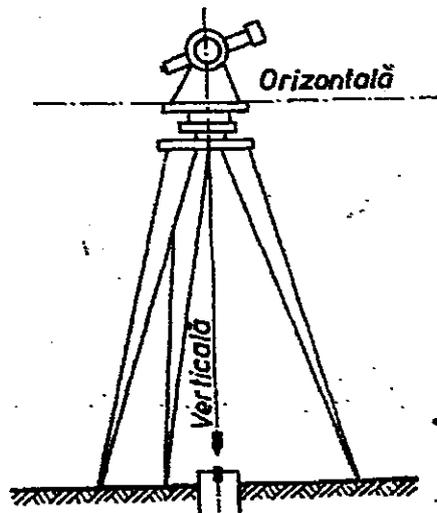


Fig. 2.62. Teodolit instalat în stație (în poziție de lucru).

ficare R a nivelei, iar jumătatea cealaltă din șuruburile de calare c_1 și c_2 . Așa cum se vede din figura 2.61, deplasarea bulei reprezintă dublul erorii unghiulare de orizontalitate a nivelei, respectiv dublul erorii de verticalitate a axei principale. Reglarea nivelei se face concomitent cu aducerea axei principale în poziție verticală. În cazul unor dereglări mari ale nivelei operațiile de control se repetă. În momentul în care bula rămâne între repere pentru orice poziție a alidadei, nivela este rectificată, iar axa principală este verticală.

Pentru rectificarea nivelei sferice teodolitul se calează cu nivela torică, desigur rectificată, și apoi se aduce bula de aer în interiorul cercului, cu ajutorul șuruburilor de calare.

După calare se definitivează centrarea instrumentului pe cale optică prin ușoare translații ale acestuia pe platforma trepiedului. În final aparatul se fixează definitiv de trepied. Dacă este cazul se definitivează calarea instrumentului. În această poziție teodolitul este apt pentru măsurători, adică axa sa principală se găsește la verticala punctului topografic, iar limbul este orizontalizat (fig. 2.62).

2.116. VERIFICAREA ȘI RECTIFICAREA TEODOLITELOR

Înainte de începerea măsurătorilor operatorul este obligat să verifice și dacă este cazul, să rectifice teodolitul cu care lucrează. Verificările privesc condițiile pe care trebuie să le îndeplinească instrumentul, condiții care pot fi grupate în condiții de axe, de centricitate și de gradajii. O altă grupare a acestor condiții s-ar putea face după criteriul rectificării, pentru că sînt condiții care se verifică fără a se putea rectifica eventualele erori constatate (condițiile de construcție) și condiții care permit rectificări (condiții de reglaj). Dacă condițiile nu sînt îndeplinite se produc

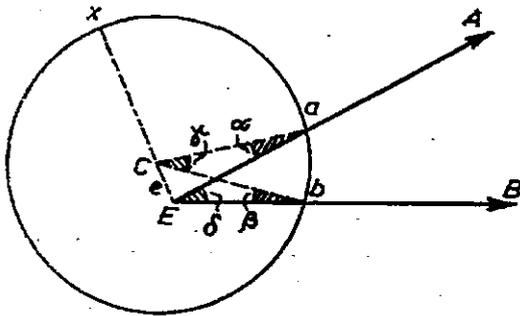


Fig. 2.63. Excentricitatea alidadei.

erori. Erorile de construcție pot fi totuși eliminate, unele integral, altele parțial, prin metoda de lucru, iar erorile de reglaj, care se datoresc uzurii aparatului sau dereglării unor părți componente, pot fi eliminate integral fie prin metoda de lucru, fie prin rectificarea aparatului.

Condiții de construcție. Cercurile gradate să fie perpendiculare pe axele lor. Această condiție se

satisface prin construcție. O eventuală eroare pînă la $\pm 10^\circ$ nu afectează rezultatele măsurătorilor.

Axele să fie riguros concentrice cu cercurile gradate respective. Erorile de excentricitate pot avea un efect apreciabil asupra unghiurilor orizontale. Pentru evaluarea efectului excentricității alidadei în figura 2.63 se notează cu e eroarea de excentricitate a axei alidadei E față de centrul C al limbului. Direcțiile A și B determină unghiul δ . Cercul fiind gradat față de centrul lui C unghiul citit este γ , care este egal cu diferența citirilor, adică $\gamma = b - a$. După figură se poate scrie :

$$\delta + \beta = \gamma + \alpha, \text{ de unde } \delta = \gamma + (\alpha - \beta) \quad (2.9)$$

Pentru a se obține mărimea unghiului δ urmează a se exprima diferența $\alpha - \beta$. Tot după figură se poate scrie :

$$\sin \alpha / \sin (a - x - \alpha) = e/r \text{ și } \sin \beta / \sin (b - x - \beta) = e/r \quad (2.10)$$

unde r este raza cercului orizontal, iar x valoarea gradației de pe cerc intersectată de direcția excentricității EC . Excentricitatea avînd valori mici, unghiurile α și β fiind de asemenea mici pot fi neglijate. În aceste condiții relațiile 2.10 pot fi scrise sub forma :

$$\alpha^{cc} = \frac{e}{r} \cdot \rho^{cc} \cdot \sin (a - x) \text{ și } \beta^{cc} = \frac{e}{r} \cdot \rho^{cc} \sin (b - x) \quad (2.11)$$

Valoarea maximă a diferenței $\alpha - \beta$ se obține atunci cînd $a - x = 100^\circ$ sau 300° și $b - x = 300^\circ$ sau 100° cînd diferența devine :

$$\alpha - \beta = 2e \cdot \rho^{cc} / r \quad (2.12)$$

adică direct proporțională cu excentricitatea e și invers proporțională cu raza cercului alidad și astfel :

$$\delta = \gamma + 2e \cdot \rho^{cc} / r \quad (2.13)$$

În figura 2.64 se observă că unghiul δ are ca măsură jumătatea arcelor de cerc ce i se opun, adică :

$$\delta = (b - a)/2 + (b' - a')/2 \quad (2.14)$$

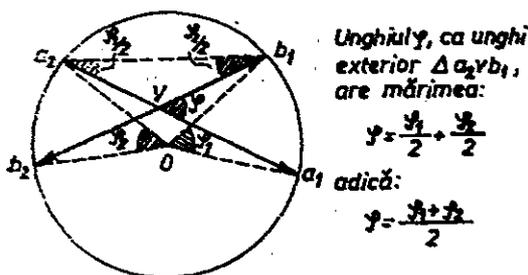


Fig. 2.64. Eliminarea erorii de excentricitate a alidadei.

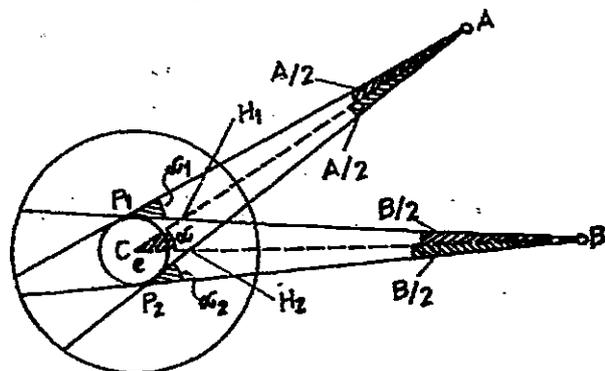


Fig. 2.65. Excentricitatea lunetei.

Prin urmare, dacă se face media citirilor diametral opuse, excentricitatea, chiar mare fiind, nu afectează valoarea unghiulară obținută. În cazul teodolitelor cu coincidența gradațiilor erorile unghiulare provocate de excentricitatea alidadei sunt eliminate, deoarece citirea reprezintă chiar media gradațiilor diametral opuse.

Axa de viză a lunetei trebuie să intersecteze axa principală.

Neîndeplinirea acestei condiții determină eroarea de excentricitate a lunetei. În figura 2.65 această eroare (proiectată în planul limbului) s-a notat cu e . Dacă se vizează la punctele A și B , în poziția I a lunetei se obține unghiul α_1 în punctul P_1 , iar în poziția II unghiul α_2 în punctul P_2 . Din triunghiurile opuse la vîrf în H_1 și H_2 se demonstrează :

$$\alpha_1 + A_2/2 = \alpha + B/2 \quad \text{și} \quad \alpha_2 + B/2 = \alpha + A/2 \quad (2.15)$$

Adunînd membru cu membru rezultă :

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha \quad \text{sau} \quad \alpha = (\alpha_1 + \alpha_2)/2 \quad (2.16)$$

deci unghiul α la centru, adică unghiul fără erori de excentricitate, este egal cu semisuma unghiurilor măsurate cu luneta în cele două poziții. Cu privire la erorile de excentricitate rezultă că ele se elimină întotdeauna dacă se fac măsurători cu luneta în ambele poziții ale lunetei și se citesc toate microscopalele.

Gradațiile cercurilor trebuie să aibă diviziuni egale. Efectul erorilor de diviziune se ia în considerare numai în lucrările de mare precizie. În lucrările curente efectele lor sînt neglijabile. Aceste erori nu pot fi eliminate, însă efectul lor poate fi redus prin măsurarea unghiurilor de mai multe ori, cu origini diferite.

Condiții de reglaj. Axa principală să fie verticală. Condiția se identifică cu calarea aparatului, care a fost descrisă la § 2.126. 2.115.

Axa secundară să fie orizontală, respectiv să fie perpendiculară pe axa principală verticalizată. La teodolitele de construcție modernă erorile acestea apar mai rar. Dacă se constată totuși o anumită eroare, ea se elimină măsurînd unghiurile cu luneta în ambele poziții. Dacă eroarea este mare, aparatul se rectifică la un atelier de specialitate. Pentru constatarea erorii se vizează, în cele două poziții ale lunetei, un punct situat la o anumită înălțime (fig. 2.66, a) și vizele se proiectează, cu alidada

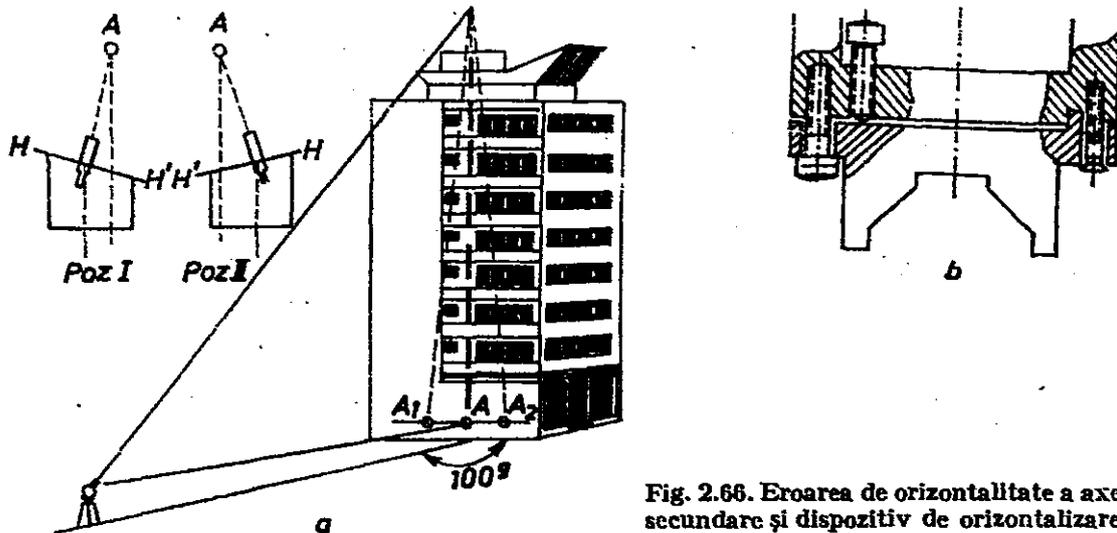


Fig. 2.66. Eroarea de orizontalitate a axei secundare și dispozitiv de orizontalizare.

blocată, la o înălțime egală cu cea a aparatului. Dacă cele două proiecții A_1 și A_2 nu coincid este semn că există eroare, iar diferența de proiectare, așa cum rezultă din figură, reprezintă dublul erorii unghiulare de neorizantalitate a axei secundare. Pentru eliminarea erorii se acționează, dacă există, asupra unor șuruburi ce se găsesc pe una din furcile alidadei, avînd ca efect ridicarea sau coborîrea axei secundare (fig. 2.66, b).

Axa de viză să fie perpendiculară pe axa secundară. Neîndeplinirea acestei condiții determină eroarea de colimație pe orizontală și are la bază deplasarea laterală a firului reticular vertical față de axa lunetei. Pentru verificarea condiției, cu aparatul calat, se vizează un punct în ambele poziții ale lunetei, făcîndu-se citirile corespunzătoare la cercul orizontal c_1 și c_2 (fig. 2.67). Dacă există diferență între cele două citiri (exceptînd $200''$ sau $180''$), există eroare de colimație. Pentru eliminarea erorii se calculează media celor două citiri (c_m) și se introduce la limb din șurubul de mică amplitudine a mișcării alidadei. Apoi firul reticular vertical se readuce pe semnal, acționînd asupra diafragmei ce conține firele reticulare.

Firele reticulare să fie corect aranjate. Verificarea se face vizînd cu firul vertical un fir cu plumb. Dacă direcția firului reticular vertical corespunde cu cea a firului cu plumb, firele reticulare sînt corect aranjate. În caz contrar se rotește reticulul. Verificarea se poate face și cu ajutorul firului reticular orizontal. În acest scop se plimbă luneta în plan orizontal pe întreaga dimensiune a cîmpului ei și se observă dacă punctul vizat rămîne mereu pe firul reticular principal (fig. 2.68).

La cercul vertical să se citească înclinarea efectivă a lunetei. Pentru verificare se vizează cu luneta, în ambele poziții, un punct cu firul reticular orizontal (nivelor), după ce nivela cercului vertical, dacă există, a fost adusă între repere din șurubul S (fig. 2.69) și se citesc valorile φ_1 și φ_2 . Dacă suma celor două unghiuri este mai mare sau mai mică de $400''$ ($360''$) există eroare. Pentru rectificare se calculează valoarea medie φ_m , care se introduce din șurubul de reglare S la cercul vertical. Apoi se aduce bula nivelei între repere din șurubul de rectificare R . Pentru control operațiile se repetă.

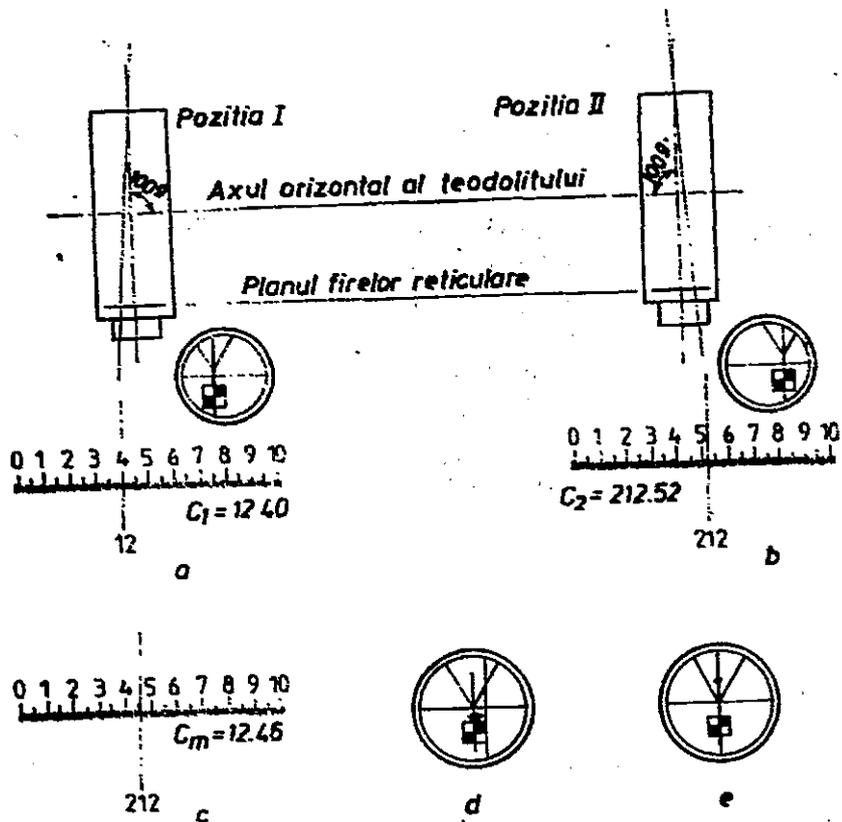


Fig. 2.67. Verificarea și rectificarea erorii de colimație pe orizontală.

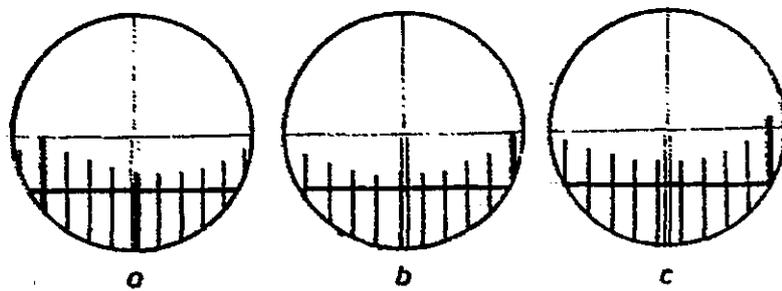


Fig. 2.68. Verificarea poziției firului nivelor.

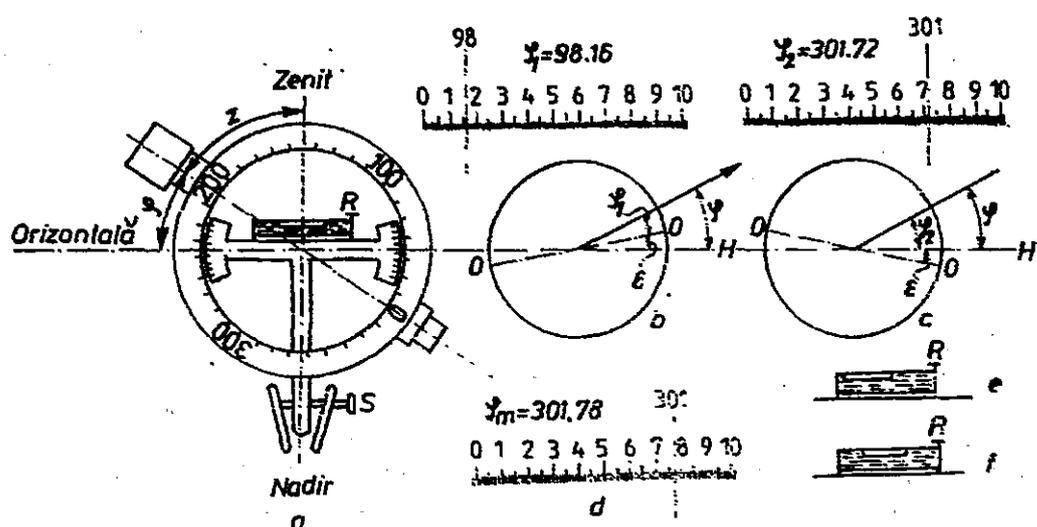


Fig. 2.69. Verificarea și rectificarea cercului vertical.

Sistemul ajutător de citire a gradațiilor să aibă lungimea nominală, adică $n \cdot s = e$ la scăriță și $n = e : 2$ la micrometru. Această condiție poate să aibă atât caracter de construcție cât și de reglaj. Dacă condiția nu este îndeplinită se recomandă ca instrumentul să fie trimis la un atelier de specialitate. Verificarea condiției la scăriță se face aducând gradația O a acesteia în coincidență cu gradația O de pe cerc și vizind la celălalt capăt. La micrometru se acționează din rozeta lui pentru a se face cursa completă a acestuia.

2.1.2. ECHERE

Echerele sînt instrumente simple cu ajutorul cărora se măsoară, de obicei, unghiuri drepte servind la ridicarea și coborîrea perpendicularelor. Există și echere ce măsoară unghiuri de 30° , 45° , 60° . Echerele utilizate astăzi fac parte din categoria echerelor cu oglinzi și cu prisme.

Echerele cu oglinzi (fig. 2.70) sînt construite pe principiul dublei reflexii a unei raze de lumină pe oglinzi plane (fig. 2.71). Unghiul β format de raza incidentă cu raza reflectată este dublul unghiului α format de oglinzi. Rezultă, după figură, că dacă $\alpha = 50^\circ$, atunci $\beta = 100^\circ$. Există și echere cu două perechi de oglinzi. Aceste echere pot fi folosite în condiții bune pînă la 60 m.

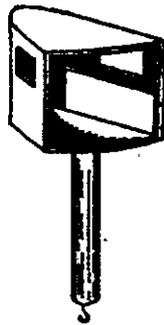


Fig. 2.70. Echer cu o singură pereche de oglinzi.

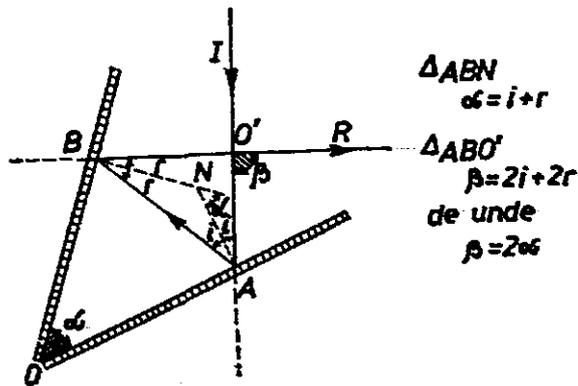


Fig. 2.71. Mersul razelor de lumină într-un echer cu o singură pereche de oglinzi.

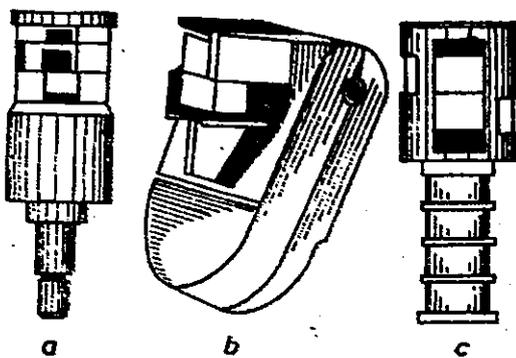


Fig. 2.72. Echere cu două prisme pentagonale:
 a - Wild; b - Zeiss; c - Kern.

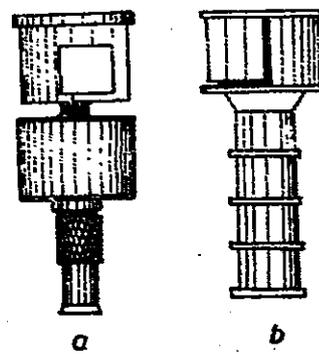


Fig. 2.73. Echer cu o singură prismă pentagonală:
 a - Wild; b - Zeiss;

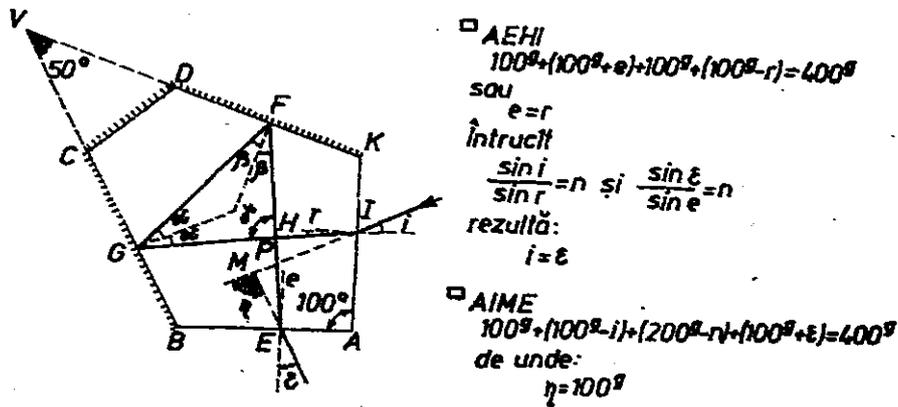


Fig. 2.74. Mersul razelor de lumină într-un echer cu o prismă pentagonală.

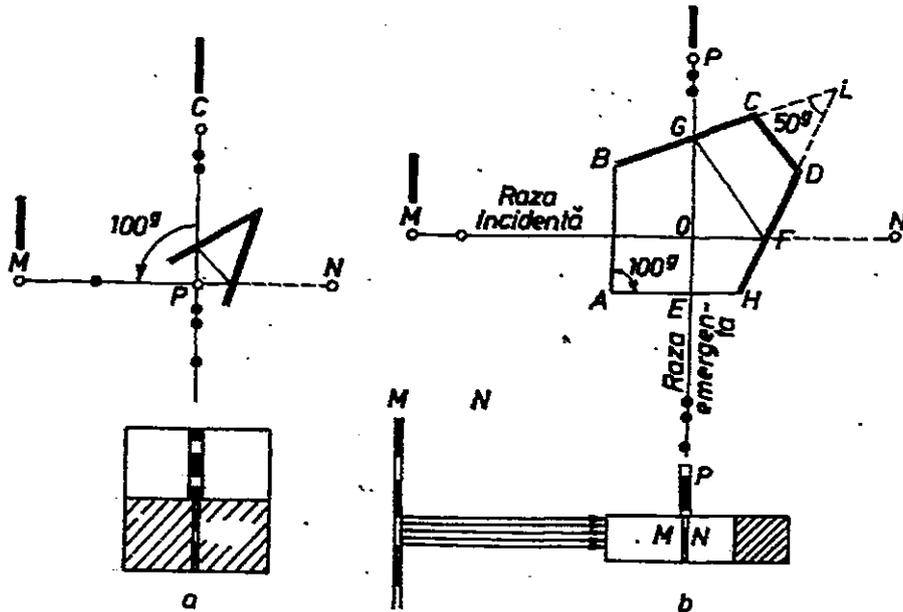


Fig. 2.75. Ridicarea și coborîrea unei perpendiculare:
 a — cu echerul cu o singură pereche de oglinzi; b — cu echerul cu o singură prismă pentagonală.

Echerele cu prisme pot fi de asemenea de diferite concepții și realizări. Cele mai răspîndite sînt cele cu două prisme pentagonale (fig. 2.72), dar ele pot fi și cu o singură prismă (fig. 2.73). Unghiul γ fiind egal cu 100° , unghiul η , format de raza incidentă cu cea reflectată, așa cum rezultă din figura 2.74, este egal cu 100° . Aceste echere pot fi întrebuințate în condiții bune pînă la 80 m.

Echerele cu o singură pereche de oglinzi sau cu o singură prismă pentagonală au o utilizare limitată, deoarece nu asigură și așezarea operatorului pe un aliniament definit de două puncte M și N (în care se fixează cite un jalon). Unghiul MPC (NPC) din figura 2.75 este de 100° atunci cînd imaginea jalonului din punctul exterior, văzută cu ochiul liber prin spațiul de deasupra oglinzii, sau pe deasupra prisme, se vede în prelungirea imaginii jalonului din punctul M (sau N), văzută în oglindă sau prismă.

Echerele cu două perechi de oglinzi sau cu două prisme pentagonale permit și instalarea operatorului în orice punct al unui aliniament. Un-

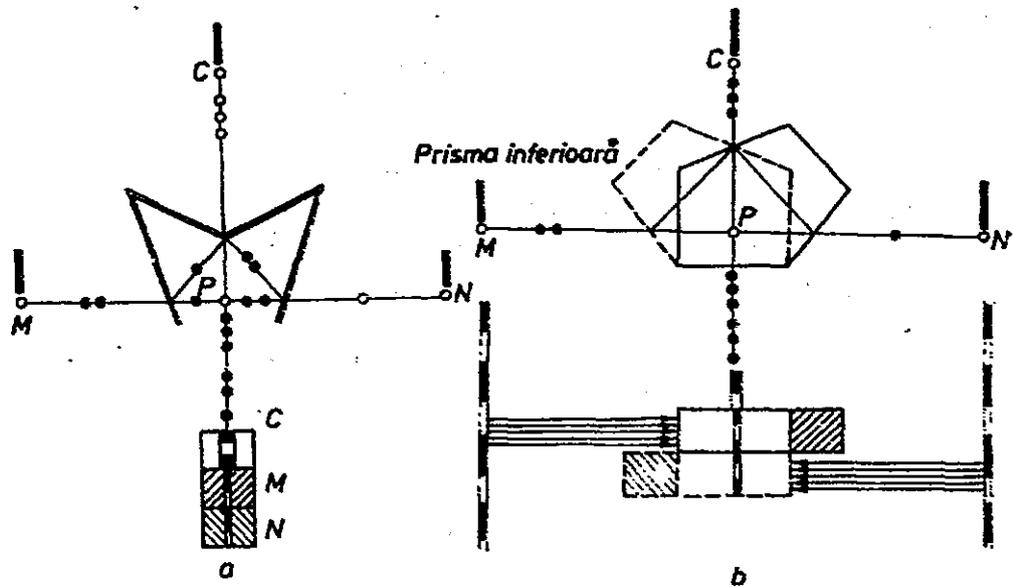


Fig. 2.76. Ridicarea și coborirea unei perpendiculare :
 a—cu echerul cu două perechi de oglinzi; b—cu echerul cu două prisme pentagonale.



Fig. 2.77. Echer cu suport telescopic.

ghiul MPC (sau NPC) din figura 2.76 este de 100° în momentul în care operatorul vede imaginile jaloanelor din punctele M și N în prelungire în oglinzi sau prisme, iar imaginea jalonului din punctul exterior apare în prelungirea imaginilor.

Echerele, în timpul lucrului, de obicei, se țin în mină. Pentru a aduce instrumentul la verticala punctului dorit, se folosește un fir cu plumb, care se fixează de un cârlig de la minerul echerului. Unele echere dispun de un baston telescopic (fig. 2.77).

2.2. MĂSURAREA UNGHIURILOR

Pentru măsurarea unghiurilor orizontale și verticale, instrumentul, în prealabil verificat și rectificat, se instalează în poziție de lucru, adică se centrează pe punct și se calează. Precizia cu care se execută aceste operații poate afecta precizia măsurătorilor unghiulare.

2.20. PRECIZIA CENTRĂRII INSTRUMENTULUI

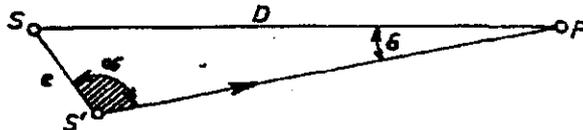
Notînd cu e eroarea de centrare, cu S punctul topografic, cu S' stația efectivă, cu D lungimea vizei și cu ε eroarea unghiulară (fig. 2.78), se poate scrie :

$$\sin \varepsilon = e \cdot \sin \alpha / D \quad (2.17)$$

Eroarea e fiind foarte mică în comparație cu D (cîțiva milimetri față de zeci, sute sau chiar mii de metri) și luînd valoarea maximă a expresiei cînd $\alpha = \pi/2$, rezultă :

$$\varepsilon^{\text{cc}} = e \cdot \rho^{\text{cc}} / D \quad (2.18)$$

Fig. 2.78. Eroarea de excentricitate a instrumentului față de punct.



De aici rezultă că eroarea este direct proporțională cu excentricitatea e și invers proporțională cu lungimea vizei D . Deci în cazul vizelor scurte (de ordinul zecilor de metri) se cere o centrare atentă a instrumentului în stație.

De exemplu dacă $e = 1$ cm și $D = 30$ m, poate rezulta o eroare maximă de $2^{\circ}13''$, iar dacă $D = 120$ m, rezultă $\epsilon^{cc} = 53''$. Pentru aceeași eroare de excentricitate și $D = 600$, rezultă $\epsilon^{cc} = 10,6''$, iar pentru $D = 1200$ m, rezultă $\epsilon^{cc} = 5,3''$.

2.21. MĂSURAREA UNGHIURILOR ORIZONTALE

2.210 METODE. CAZURI

Metodele folosite sînt diferite, după cum este vorba de unghiuri izolate sau de mai multe unghiuri într-un punct și după cum urmează a se face o singură măsurătoare sau mai multe. Metodele cele mai des folosite în lucrările topografice curente sînt: metoda simplă și metoda reiterației (seriilor).

Măsurarea unui singur unghi izolat prin metoda simplă are două variante: prin diferența citirilor și cu zero în coincidență pe prima viză. Măsurarea prin diferența citirilor este generală și se poate aplica cu orice instrument de măsurare a unghiurilor, pe cînd varianta cu zero în coincidență nu se poate aplica decît cu instrumente ce au și mișcare generală sau sînt dotate cu dispozitive ce înlocuiesc această mișcare.

Pentru măsurarea unghiului $ASB = \alpha$ (fig. 2.79), prin diferența citirilor, se staționează cu teodolitul în punctul S . Se aduce luneta în poziția I. Se vizează spre punctul A și se citește la cercul orizontal valoarea a , apoi, în sens topografic, se vizează spre punctul B și se citește valoarea b . Unghiul rezultă prin diferența citirilor. Pentru control și totodată pentru obținerea unei valori mai bune a unghiului, acesta se măsoară și cu luneta în poziția II. În această a doua poziție a lunetei se vizează prima dată spre punctul B și apoi, în sens trigonometric, spre punctul A și se notează, de asemenea, ambele valori, care vor diferi de primele cu aproximativ

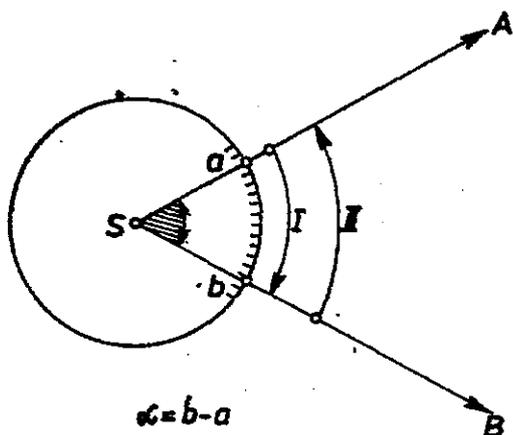


Fig. 2.79. Măsurarea unui unghi prin diferența citirilor.

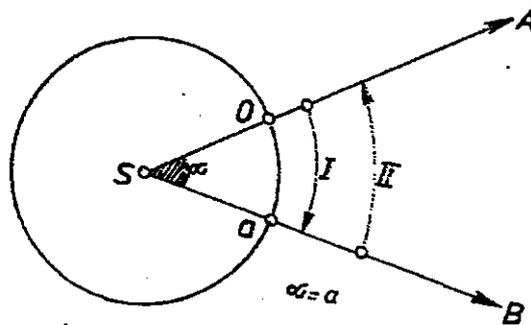


Fig. 2.80. Măsurarea unui unghi cu zero în coincidență.

Măsurarea unghiurilor prin diferența citirilor

Punct stație	Puncte vizate	Citiri		Media	Unghiul
		Poziția I a lunetei	Poziția II a lunetei		
S	A	48.46.00	248.46.50	48.46.25	77.82.00
	B	126.28.50	326.28.00	126.28.25	

200° (180°). Pentru a se obține unghiul α se face mai întâi media citirilor, abstracție făcând de 200° (180°), apoi diferența mediilor (tabelul 2.2).

Măsurarea unghiurilor în ambele poziții ale lunetei elimină o serie de erori instrumentale, iar pe altele le micșorează. Totodată se micșorează erorile de măsurare (de vizare, de citire a gradațiilor).

Cu zero în coincidență unghiul α rezultă în mod asemănător (fig. 2.80), cu deosebirea că, pe direcția punctului A, se introduce la limb gradația zero (tabelul 2.3).

Tabelul 2.3

Măsurarea unghiurilor cu zerourile în coincidență

Punct stație	Puncte vizate	Citiri		Media	Unghiul
		Poziția I a lunetei	Poziția II a lunetei		
S	A	0.00.00	200.00.50	0.00.25	77.82.00
	B	77.82.00	277.82.50	77.82.25	

Măsurarea o singură dată a mai multor unghiuri adiacente în tur de orizont. Se alege o viză de referință, de plecare (un semnal care se vede bine) și în poziția I a lunetei se vizează la punctul ales. În continuare, în sens topografic, se vizează la toate celelalte puncte, inclusiv punctul

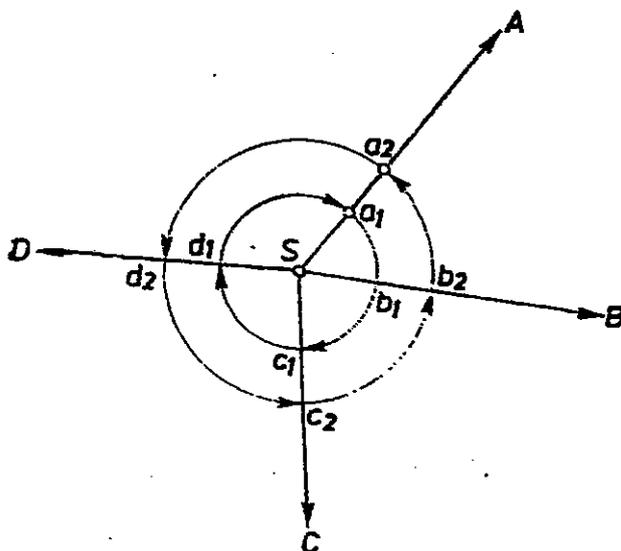


Fig. 2.81. Măsurarea unghiurilor în tur de orizont.

de plecare, pentru control (fig. 2.81). De fiecare dată se înregistrează citirea de pe limb. Citirea de control pe viza de plecare, adică închiderea nu poate depăși toleranța dată de relația $T = e \cdot \sqrt{n}$, în care e este precizia aparatului, iar n reprezintă numărul punctelor vizate.

Unghiurile se măsoară și în poziția II a lunetei în sens invers primului tur. Viza de origine va fi aceeași. Închiderea trebuie să fie de asemenea în toleranță. În vederea obținerii unghiurilor se calculează media citirilor, apoi se compensează vizele în stație, ceea ce înseam-

nă egalizarea vizei de închidere cu viza de plecare, prin corectarea tuturor vazelor cu cantitatea e/n , respectiv corectarea progresivă a vazelor. Calculele pot fi urmărite în tabelul 2.4. Valoarea unui unghi se obține prin diferența vazelor corectate.

Tabelul 2.4

Măsurarea unghiurilor în tur de orizont

Punct stație	Puncte vizate	Citiri		Media	Compen-sări în stație	Citiri medii compen-sate	Unghiuri
		Poziția I a lunetei	Poziția II a lunetei				
S	A	86.79.74	286.79.92	86.79.88	—	86.79.88	
	B	145.16.28	345.16.26	145.16.27	2	145.16.25	58.36.37
	C	231.46.54	31.46.58	231.46.56	4	231.46.52	86.30.37
	D	344.58.46	144.58.40	344.58.43	6	344.58.37	113.11.85
	A	86.79.92	286.80.00	86.79.96	8	86.79.88	142.21.51

400.00.00

Aparat : Theo 010 Zeiss-Jena

Starea atmosferică : senin, cald, vizibilitate bună

$$T = \pm e^{\circ} \cdot \sqrt{n} = \pm 6 \cdot \sqrt{5} = \pm 12^{\circ}, e = 8^{\circ} \quad T \geq e$$

Numărul maxim de vize admis într-un tur de orizont este de 12—15. În cazul în care sînt mai multe vize, ele se împart în două grupe, în așa fel încît 3—4 din ele să fie comune, pentru a realiza legătura între unghiurile din cele două grupe. Racordarea grupelor de observații se poate urmări în tabelul 2.5. Pe viza de origine, de obicei, se introduce zero.

Tabelul 2.5

Racordarea grupelor de observații

Punct stație	Puncte vizate	Citiri medii compensate		Diferența $V_i - V_j$	Vize racordate	Formule de racordare
		Grupa I (V_i)	Grupa II (V_j)			
Roșca	Pietrosul	00.00.00	342.54.59	57.45.41	0.00.00	$(V_i + V_j + M) : 2$
	Măgura	25.49.67	—	—	25.49.67	V_i
	Negreșit	—	0.00.00	—	57.45.41	$V_j + M$
	C. Mare	74.43.29	16.97.86	57.45.43	74.43.28	$(V_i + V_j + M) : 2$
	Flintăniță	—	23.66.44	—	81.11.85	$V_j + M$
	Vadu	96.93.94	—	—	96.93.94	V_i
	Tabăra	98.92.09	—	—	98.92.09	V_i
	Fca. ciment	111.36.27	—	—	111.36.27	V_i
	SMT	—	72.48.17	—	129.93.58	$V_j + M$
	M-le Roșu	209.35.75	151.90.36	57.45.39	209.35.76	$(V_i + V_j + M) : 2$

$$M = \Sigma \Delta : n = 57.45.41 \text{ unde } n = \text{numărul direcțiilor comune}$$

Măsurarea unghiurilor de mai multe ori, în general, se face prin metoda reiterației, numită și metoda seriilor, care în fond reprezintă măsurarea în tur de orizont, reluată de mai multe ori cu origini diferite (fig. 2.82). Valoarea intervalului dintre originile a două reiterații succesive, în cazul teodolitelor de tip T2 și DK, se calculează cu relația $i = 400^{\circ} : 2n$, unde n reprezintă numărul reiterațiilor care trebuie făcute. Operațiile de teren și

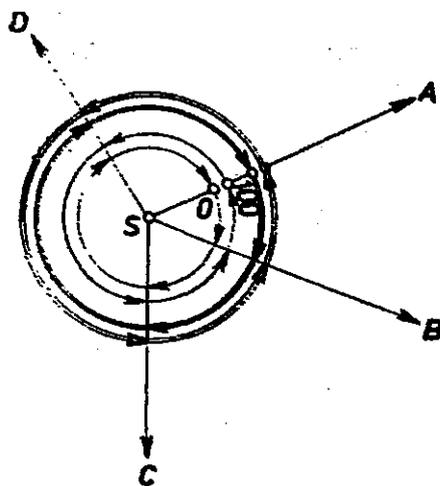


Fig. 2.82. Măsurarea unghiurilor prin metoda reiterației (seriilor).

prelucrarea datelor sînt identice cu cele descrise la metoda turului de orizont (tabelul 2.6).

Tabelul 2.6

Măsurarea unghiurilor prin metoda seriilor

Referința	Punct stație	Puncte vizate	Citiri		Media	Corecții	Medii corectate și reduse la zero	Media reiterațiilor
			Poziția I a lunetei	Poziția II a lunetei				
1	Capra	Măgura	0.00.15	200.00.06	00.00.10	—	0.00.00	0.00.00
		Negrești	45.02.70	245.02.57	45.02.63	+1	45.02.54	45.02.52
		Cariera	277.08.20	77.08.11	277.08.16	+2	277.08.08	277.08.10
		Fca. Ciment	298.67.88	98.67.80	298.67.84	+3	298.67.77	298.67.75
		M-le Roșu	301.79.98	101.79.89	301.79.94	+4	301.78.88	301.78.78
		Tabăra	336.84.73	136.84.73	336.84.69	+4	336.84.63	336.84.61
		D-Frasin	348.64.39	148.64.28	348.64.33	+5	348.64.28	348.64.29
		M-le Mic	381.57.26	181.57.19	381.57.23	+6	381.57.19	381.57.17
		Măgura	0.00.06	200.00.02	0.00.04	+6	0.00.00	0.00.00
2	Capra	Măgura	100.00.07	399.99.95	100.00.01	—	100.00.00	
		Negrești	145.02.55	345.02.44	145.02.50	—	145.02.49	
		Cariera	377.08.17	177.08.08	377.08.13		377.08.11	
		Fca. Ciment	398.67.81	198.67.70	398.67.75	-1	398.67.73	
		M-le Roșu	1.78.93	201.78.85	1.778.89	-1	1.78.87	
		Tabăra	36.84.65	236.84.54	36.84.60	-1	36.84.58	
		D. Frasin	48.64.37	248.64.31	48.64.34	-2	48.64.31	
		M-le Mic	81.57.23	281.57.14	81.57.19	-3	81.57.15	
		Măgura	100.00.07	399.99.99	100.00.05	-4	100.00.00	

Starea atmosferică : senin, cald, vizibilitate bună $T = \pm e^{\text{cc}} \cdot \sqrt{n} = \pm 6^{\text{cc}} \cdot \sqrt{9} = \pm 18^{\text{cc}}$

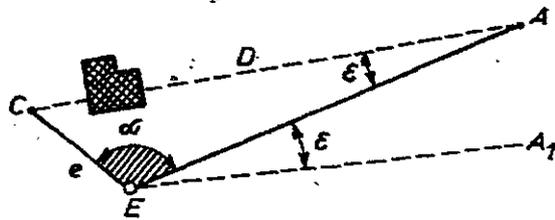
$$e_1 = -6^{\text{cc}}; e_2 = +4^{\text{cc}}; e_1 \leq T; e_2 \leq T$$

Aparat : Wild T2

2.211. CENTRAREA VIZELOR ȘI A UNGHIURILOR

Dacă dintr-un punct C nu există vizibilitate spre alt punct A din cauza unui obstacol se va staționa excentric într-un punct B , de unde se va viza la punctul A . Staționarea excentrică provoacă o eroare unghiulară ϵ

Fig. 2.83. Centrarea vizelor.



(fig. 2.83), care se determină în funcție de e și α măsurate și D calculat, folosind relația :

$$\epsilon^{cc} = \rho^{cc} \cdot e \cdot \sin \alpha / D \quad (2.19)$$

unde :

e este excentricitatea, D — distanța CA , α — unghiul măsurat în punctul E și $\rho^{cc} = 636620^{cc}$. Pentru încadrarea riguroasă a vizei în ansamblul vizelor făcute din centru sau pentru transportul tuturor unghiurilor măsurate excentric α în centrul γ se vor efectua următoarele calcule (fig. 2.84).

$$\gamma + \epsilon_1 = \alpha + \epsilon_2, \text{ de unde } \gamma = \alpha + (\epsilon_2 - \epsilon_1) \quad (2.20)$$

În prealabil se calculează ϵ_1 și ϵ_2 cu ajutorul relațiilor :

$$\sin \epsilon_1 = e \cdot \sin \alpha_1 / D_1 \text{ și } \sin \epsilon_2 = e \cdot \sin \alpha_2 / D_2.$$

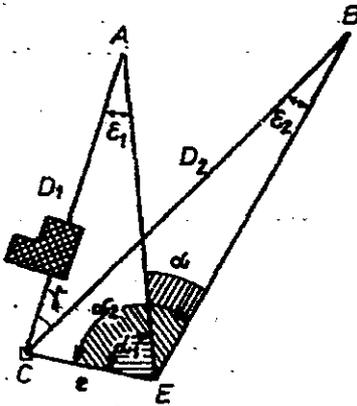


Fig. 2.84. Centrarea unghiurilor.

Dacă stația este centrică dar semnalul este excentric problema se rezolvă similar, cu ajutorul relației :

$$\epsilon = \rho \cdot e \sin \beta / D \quad (2.21)$$

scrisă după figura 2.85.

Centrarea vizelor se poate face și cu ajutorul nomogramei „A. Croitoru” dată în figura 2.86, unde se indică și schema de utilizare.

2.22. MĂSURAREA UNGHIURILOR VERTICALE

Unghiul vertical se măsoară cu orice instrument topografic care are cerc vertical și rezultă dintr-o singură viză. Unele teodolite dau unghiul de înclinare φ , iar altele unghiul zenital z . În cazul

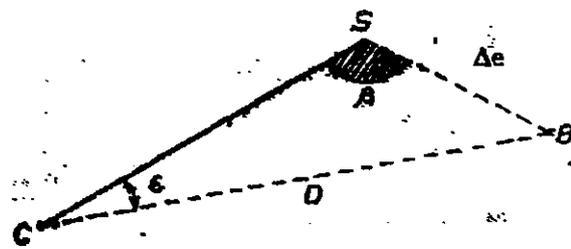


Fig. 2.85. Excentricitatea semnalului.

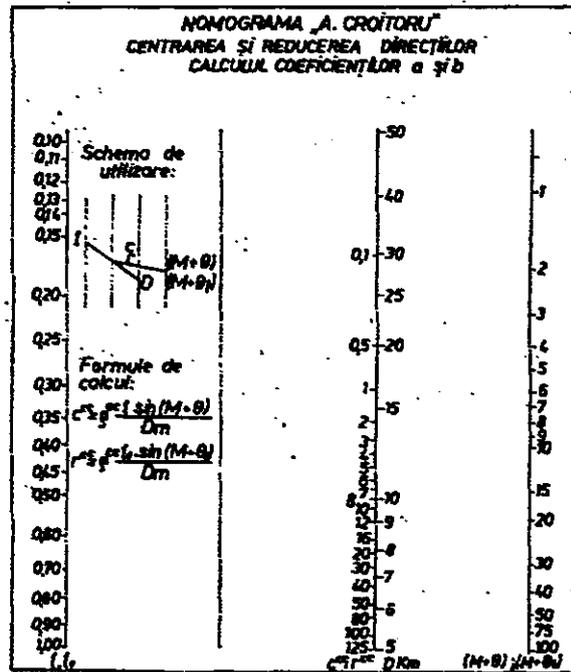


Fig. 2.86. Nomograma „A. Croitoru” :
 c — corecția de centrare; r — excentricitatea; $(M + \theta)$ — citirea pe limb + orientarea excentricității; D — distanța.

Fig. 2.87. Măsurarea unghiurilor verticale.

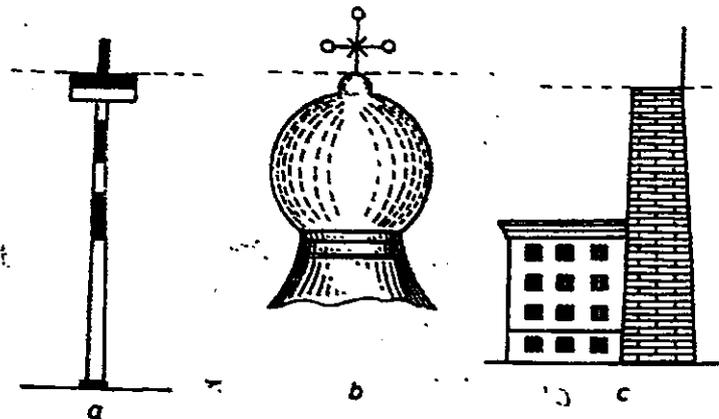
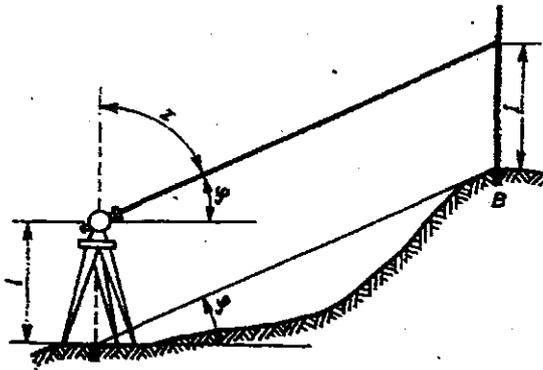


Fig. 2.88. Locul de vizare pentru diferite semnale în vederea măsurării unghiurilor verticale :

a — semnal; b — turcă; c — paratrâznet.

distanțelor mici pentru măsurarea unghiului vertical se vizează pe o stadiu la înălțimea aparatului (distanța de la punctul topografic pînă la axa secundară a aparatului) (fig. 2.87), iar în cazul distanțelor mari se vizează la baza capului negru al semnalului de înălțime cunoscută sau la alte semnale așa cum se vede în figura 2.88. Măsurarea unghiului vertical în ambele poziții ale lunetei elimină practic totalitatea erorilor instrumentale și le micșorează pe cele accidentale. Prelucrarea datelor privind unghiurile verticale se poate urmări în tabelul 2.5.

2.23. PRECIZIA MĂSURĂRII UNGHIURILOR

Precizia măsurării unghiurilor cu teodolitul este condiționată de mai multe elemente printre care cele mai importante sînt: metoda de măsurare aplicată, precizia de centrare a aparatului și a semnalului, atenția operatorului, starea atmosferei etc. Efectul erorilor de construcție (cu excepția erorilor de diviziune) și a celor de reglaj pot fi practic eliminate; eventualele erori ce rămîn la nivelul măsurătorilor topografice pot fi neglijate. În aceste condiții, erorile cele mai importante ce afectează măsurarea unghiurilor sînt: erorile de diviziune a cercurilor e_a , erorile de centrare a aparatului e_s și a semnalului e_s , erorile de vizare e_v și erorile de citire a gradațiilor e_c . Aceste erori avînd caracter accidental efectul lor asupra unei vize se calculează cu relația :

$$e_1 = \pm \sqrt{e_a^2 + e_s^2 + e_v^2 + e_c^2 + e_d^2} \quad (2.22)$$

Eroarea ce va afecta un unghi orizontal, acesta rezultând din două vize, se calculează cu relația :

$$e_2 = \pm e_1 \cdot \sqrt{2} = \pm \sqrt{2(e_s^2 + e_s'^2 + e_v^2 + e_v'^2 + e_a^2)} \quad (2.23)$$

Dacă însă unghiul se măsoară cu luneta în ambele poziții erorile, cu excepția celor de centrare a aparatului și a semnalului, se micșorează și se calculează cu relația :

$$e_3 = \pm e_2 / \sqrt{2} = \pm \sqrt{e_s^2 + e_s'^2 + e_v^2 + 2(e_s^2 + e_s'^2)} \quad (2.24)$$

Dacă unghiul se măsoară de mai multe ori, cu origini diferite, erorile ce afectează unghiul se calculează cu relația :

$$e_n = \pm e_2 : \sqrt{n} \quad (2.25)$$

2.3. MĂSURAREA DISTANTELOR PE CALE DIRECTĂ

2.30. INSTRUMENTE PENTRU MĂSURAREA DISTANTELOR PE CALE DIRECTĂ

Pentru măsurarea directă a distanțelor se pot utiliza instrumente foarte variate, dar cele mai des folosite în lucrările topografice curente sînt : ruletele de pînză și de metal de 2m, 10 m și 20 m și panglica de oțel de 50 m. Mai pot fi menționate : firul de invar ca instrument foarte precis și compasul, podometrul și roata ca instrumente expeditiv.

Ruletele se întrebunțează în special la măsurarea distanțelor mici, la măsurarea înălțimii aparatelor, semnalelor etc. Ruletele de pînză sînt confecționate din țesături de in cu fire metalice, care întăresc pînza și împiedică lungirea ei. Pentru conservare, de obicei, se vopsesc. Gradațiile sînt aplicate pe ambele părți din cm în cm, iar scrisul este făcut din 10 în 10 cm. Panglica se rulează în interiorul unui toc circular, confecționat din metal, carton sau piele (fig. 2.89, a). Ruletele de metal sînt confecționate din panglică subțire de oțel. Gradația și montura sînt identice cu cele ale ruletelor de pînză. Gradația zero poate să fie în dreptul inelului, montat la capătul ruletei sau la o anumită distanță. Ruletele folosite în construcții au gradația zero chiar la capătul inelului (fig. 2.89, b).

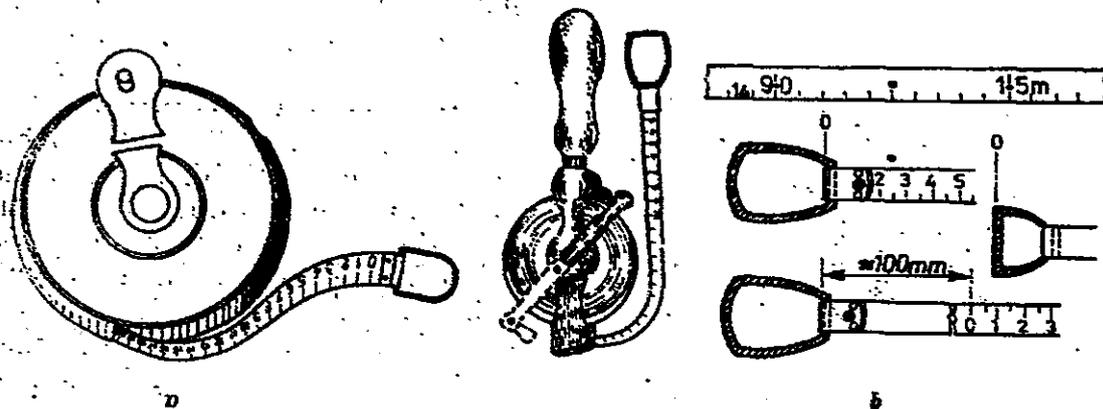


Fig. 2.89. Rulete.
a - rulete; b - poziția gradației zero;

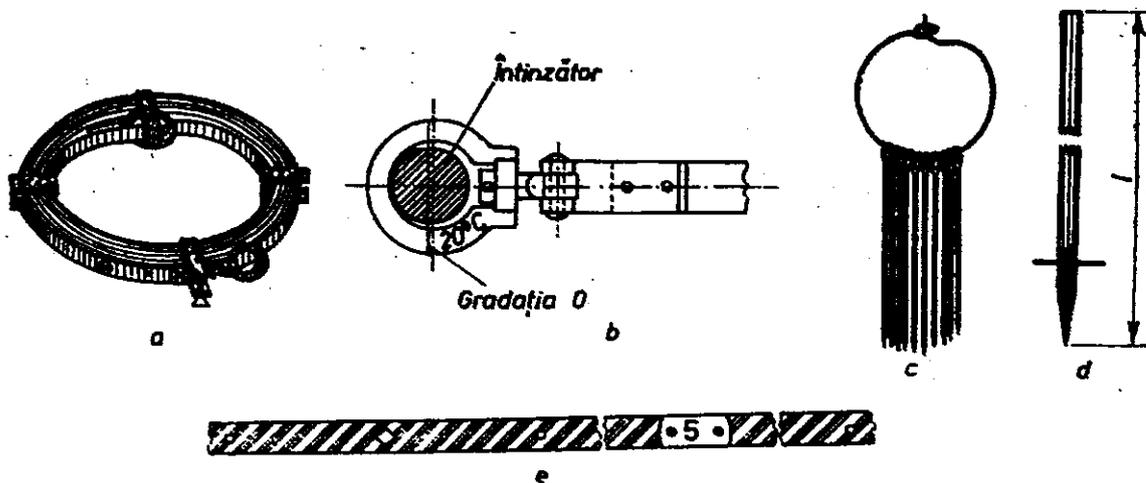


Fig. 2.90. Panglică de oțel de 50 m :

a — panglică înfășurată pe cadru ; b — poziția gradației zero ; c — fișe ; d — întinzător ; e — detaliu din zona gradațiilor.

Panglica de oțel de 50 m, de obicei, are o lățime de 20 mm și grosime de 0,5 mm și se înfășoară pe un cadru metalic, denumit cruce (fig. 2.90, a). La ambele capete se găsește câte un inel cu diametrul de 3—4 cm (fig. 2.90, b). Diviziunile din m în m sînt înscrise pe ambele părți, pe plăcuțe de alamă. Decimetrii sînt marcați prin mici găurele (fig. 2.90, e). Gradația este făcută în ambele sensuri și astfel se poate citi distanța, indiferent pe ce parte se găsește originea de măsurare. Acest mod de gradare însă poate fi o sursă de greșeli, dacă operatorul nu este atent. Originea gradațiilor, de obicei, este la circa 20 cm de inel (lucru evident avantajos), dar poate să fie și la mijlocul inelului. Gradarea panglicii se face la 20°C, sub o întindere de 15 kg forță la capete. Panglicile moderne sînt divizate în centimetri pe toată lungimea, iar pe primul metru sînt gradate și în milimetri. Fiind realizate dintr-un material foarte subțire, au dimensiuni reduse și se înfășoară pe un cadru special (fig. 2.91).

În timpul măsurătorilor se folosesc fișe, care sînt vergele metalice de 25—30 cm și diametrul 5—6 mm (fig. 2.90, c). Servesc pentru marcarea panoului măsurat și sînt strînse pe inele, câte 11 bucăți. Întinderea se face cu două întinzătoare, ce se introduc în inelele panglicii. Au forma unui baston de lemn cu un sabot metalic ascuțit la vîrf pentru înfigere în pămînt (fig. 2.90, d). În cazul măsurătorilor de precizie se folosesc și dinamometre și termometre.

Firul de invar construit dintr-un aliaj de 64 % oțel și 36 % nichel este practic insensibil la variațiile de temperatură. Lungimea firului este de 24 m, eventual 48 m. Se poate atinge o precizie de 1mm/km. Odată cu apariția instrumentelor electromagnetice se folosește mai puțin, însă servește la etalonarea diferitelor instrumente de măsurat distanțe.

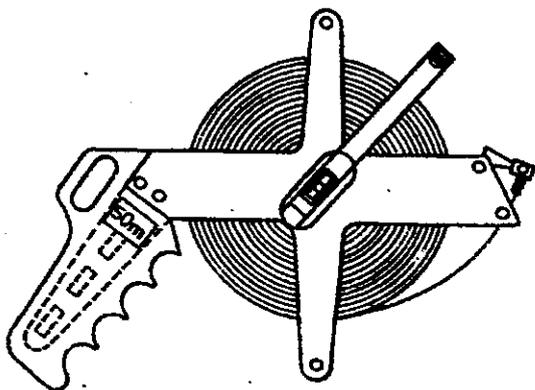


Fig. 2.91. Panglică de oțel de 50 m, de construcție modernă.

Măsurarea distanțelor mari presupune jalonarea aliniamentului, iar dacă distanța de măsurat are porțiuni de pantă diferite și pichetarea acestuia, pentru fragmentarea distanței totale în secțiuni de aceeași pantă:

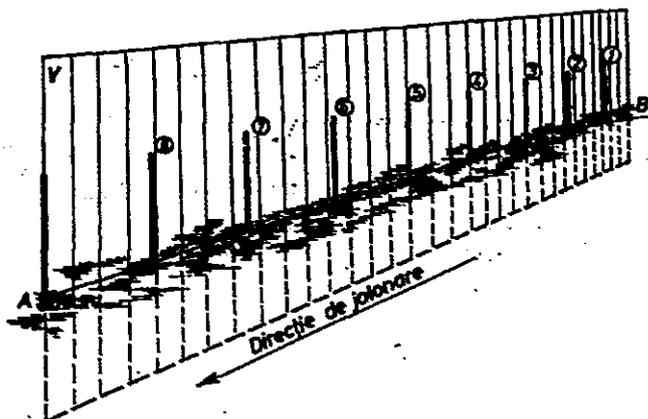


Fig. 2.92. Aliniament jalonat.

2.31. JALONAREA ALINIAMENTELOR

Prin jalonare se înțelege marcarea pe teren a unui traseu cu jaloane fixate vertical, din loc în loc, astfel încât toate să fie cuprinse în planul vertical ce trece prin punctele extreme (fig. 2.92). Jalonarea se face cu ochiul liber, iar dacă distanțele sînt mari se folosește un instrument topografic cu lunetă. Pentru jalonarea unui aliniament definit de punctele A și B , în punctele de capăt se fixează, în poziție verticală, câte un jalon. Operatorul se așază în spatele jalonului din A și dirijează așezarea succesivă a jaloanelor din B spre A . Acest mod de lucru se numește jalonare spre sine și dă rezultate mai bune decît jalonarea de la sine (de la A spre B); în acest din urmă caz, există pericolul devierii aliniamentului, deoarece după primul jalon se formează un unghi „mort”.

În cazul în care între punctele de capăt A și B nu există vizibilitate (fig. 2.93, *b*) sau cînd punctele de capăt sînt inaccesibile (fig. 2.93, *a*), se aleg două puncte ajutătoare C_1 și D_1 , aproximativ pe aliniamentul AB , în așa fel încît de la ambele să se vadă atît la A cît și la B care sînt marcate cu jaloane. În punctul D_1 se așază un jalon. Vizînd din D_1 spre A se va fixa un alt jalon pe aliniamentul D_1A în C_1 . Apoi vizînd din C_1 spre B , jalonul din D_1 se va muta în D_2 și așa mai departe pînă ce jaloanele intermediare vor ajunge din aproape în aproape în punctele C și D , pe aliniamentul definit de jaloanele din A și B (fig. 2.93). Jalonarea poate fi realizată și de un singur operator, însă mai greu și cu randament mai scăzut

2.32. MĂSURAREA DISTANȚELOR CU PANGLICA DE OȚEL

Măsurarea presupune în prealabil pregătirea terenului care cuprinde: degajarea terenului de vegetație și de alte obstacole ce ar putea împiedica

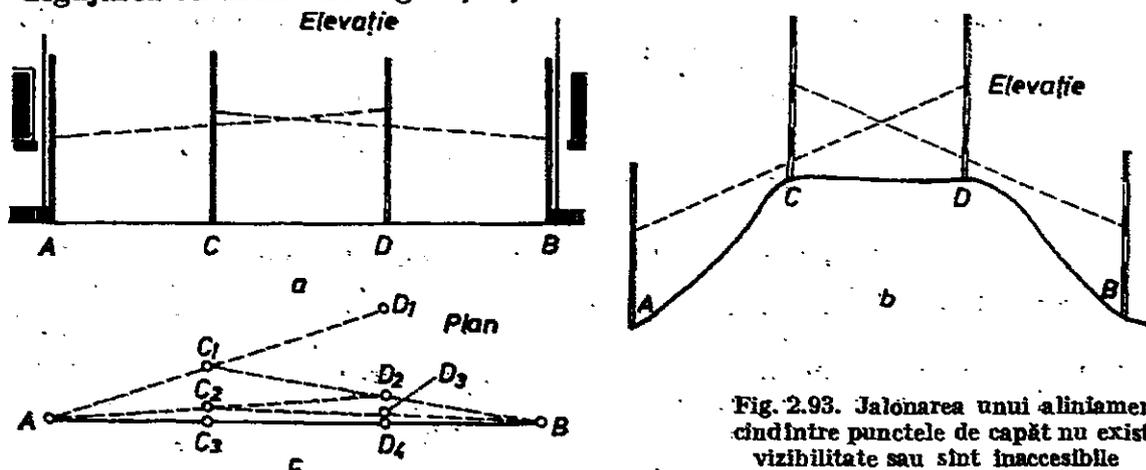


Fig. 2.93. Jalonarea unui aliniament cînd între punctele de capăt nu există vizibilitate sau sînt inaccesibile

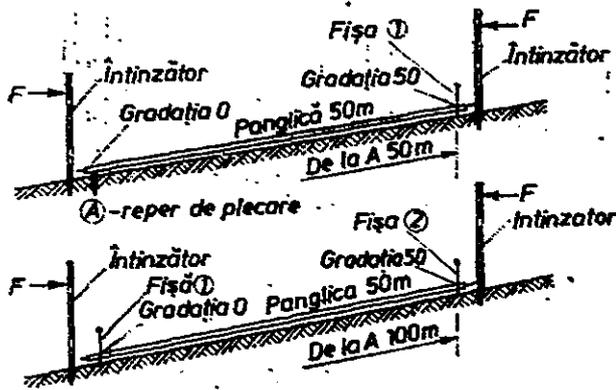


Fig. 2.94. Măsurarea distanțelor cu panglica de 50 m.

măsurarea, jalonarea și dacă este cazul și pichetarea aliniamentului. Măsurarea propriuzisă se face de o echipă formată dintr-un operator și doi lucrători și este ilustrată în figura 2.94.

Panglica se derulează cu atenție, se întinde pe aliniament folosind întinzătoare, iar lungimea ei se materializează prin fișe. Operația se

repetă pînă la parcurgerea întregului traseu. Distanța totală va fi egală cu lungimea panglicii înmulțită cu numărul de cîte ori a fost aplicată, plus distanța de la ultima fișă pînă la borna de capăt.

2.33. CORECȚIILE CE SE ADUC MĂSURĂTORILOR CU PANGLICA

Corecția de etalonare. Panglica poate fi mai lungă sau mai scurtă decît 50 m și diferența, notată cu e , reprezintă eroarea. Corecția va fi egală cu această eroare luată cu semn schimbat, înmulțită cu raportul dintre disatanța măsurată (D) și lungimea panglicii (d), raport ce reprezintă numărul de cîte ori s-a aplicat panglica pe distanța totală, adică :

$$c_e = -e \cdot D/d \quad (2.26)$$

Exemplu: O distanță $D = 800$ m s-a măsurat cu o panglică de oțel de 50,00 m, care la etalonare s-a găsit de 50,02 m. Eroarea unitară $e = 50,00 - 50,02 = -0,02$ m. Corecția de etalonare va fi $c_e = 0,02 \cdot 16 = 0,32$ m. Distanța D măsurată pe teren va fi egală cu 800,32 m.

Corecția de temperatură. Dacă se lucrează la o altă temperatură decît temperatura de etalonare (20°C) lungimea panglicii nu va fi de 50 m și astfel rezultatul va fi afectat de o anumită eroare. Întrucît la fiecare 5°C diferență de temperatură, panglica de 50 m se modifică cu 3 mm, corecția de temperatură se calculează cu relația :

$$c_t = \frac{t - 20^\circ}{5^\circ} \cdot \frac{D(m)}{d(m)} \cdot 3 \text{ mm} \quad (2.27)$$

Exemplu: O distanță $D = 800$ m s-a măsurat la o temperatură de $+10^\circ\text{C}$. Corecția de temperatură va fi :

$$c_t = \frac{10^\circ - 20^\circ}{5^\circ} \cdot \frac{800}{50} \cdot 3 \text{ mm} = -96 \text{ mm} \approx -10 \text{ cm}$$

Distanța D măsurată pe teren va fi egală cu 799,90 m

2.34. REDUCEREA DISTANȚELOR LA ORIZONT

Suprafețele de teren, de cele mai multe ori, fiind înclinate, distanțele măsurate între punctele topografice sînt distanțe înclinate care, în vederea reprezentării lor în plan, se reduc la orizontală (orizont). Distanța măsurată direct se reduce la orizont cu ajutorul formulei :

$$d = l \cdot \cos \varphi \quad (2.28)$$

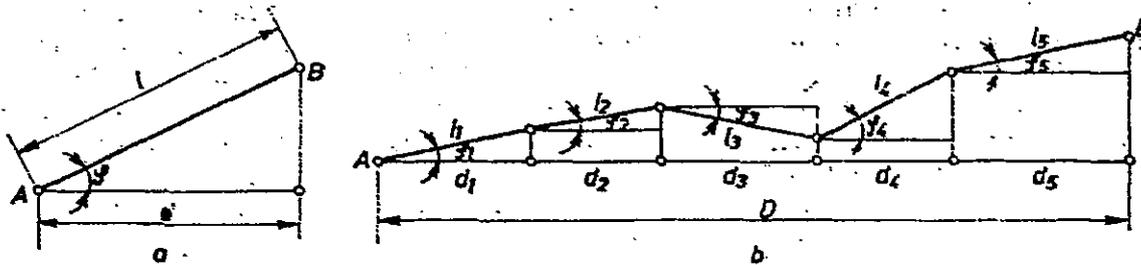
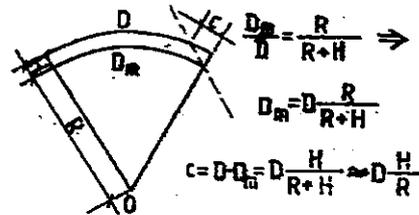


Fig. 2.95. Reducerea distanțelor la orizont și la nivelul mării:
a - reducerea distanțelor mici; *b* - reducerea distanțelor mari;
c - reducerea la nivelul mării



unde :

l este distanța înclinată, iar φ - unghiul de inclinare (fig. 2.95, a).

Exemplu: Distanța măsurată pe teren $l = 54,68$ m, unghiul de inclinare $\varphi = 7^{\circ}86'$, $\cos \varphi = 0,992387$, iar $d = 54,68 \cdot 0,992387 = 54,26$ m.

Dacă distanța conține mai multe secțiuni cu pante diferite, unghiurile de inclinare se măsoară separat pentru fiecare secțiune și apoi tot separat se face reducerea la orizont (fig. 2.95, b). Distanța totală redusă la orizont este egală cu suma distanțelor parțiale reduse la orizont, adică :

$$D = d_1 + d_2 + \dots + d_n \quad (2.29)$$

Observații. Distanțele mari în cazul geodeziei se reduc la nivelul mării. Reducerea se face conform figurii 2.95, c unde: D - lungimea măsurată și redusă la orizont; H - înălțimea punctelor în raport cu nivelul mării în zona de lucru; D_m - lungimea D redusă la nivelul mării; O - centrul Pământului; R - raza Pământului (6379).

2.35. PRECIZIA MĂSURĂRII DISTANTELOR PE CALE DIRECTĂ

La măsurarea distanțelor pe cale directă se pot produce erori, care la rîndul lor pot fi sistematice și accidentale și greșeli.

Greșelile se datoresc neatenției operatorului. Cele mai importante surse de greșeli sînt: înscrierea greșită în carnet, citirea distanței pe partea descrescîndă a gradațiilor, formarea unor bucle etc. În cazul distanțelor mari o altă sursă de greșeli poate să fie ținerea greșită a evidenței fișelor.

Pentru evitarea greșelilor se recomandă repetarea măsurătorilor. Dacă cele două valori obținute sînt apropiate, adică se încadrează în toleranțe, se calculează valoarea medie, ceea ce reprezintă o valoare mai probabilă. Măsurătorile pot fi controlate și printr-un alt procedeu, de exemplu pe cale indirectă.

Erorile sistematice sînt provocate de: neetalonarea instrumentului, neglijarea influenței temperaturii, ieșirea din aliniament, pichetarea necorespunzătoare a traseului de măsurat etc. Aceste erori pot fi eliminate printr-o etalonare corectă, prin aplicarea unei corecții de temperatură, prin jalonarea și pichetarea corectă a aliniamentului.

Erorile accidentale sînt variate și provocate de multe cauze : variațiile de temperatură, întinderea inegală a panglicii, citirea gradațiilor pe panglică, înfigerea înclinată a fișelor etc. Ele fiind de mărime și semne diferite efectul lor, parțial, se compensează. Sporirea atenției de lucru, dar mai ales repetarea măsurătorilor fac ca efectul acestor erori să fie redus simțitor.

S-a stabilit pe cale experimentală că în terenuri de șes sau puțin înclinate precizia măsurării unei distanțe cu panglica este 1 — 3 cm la 100 m. Eroarea crește cu panta terenului.

Eroarea accidentală totală se calculează cu relația :

$$e_{at} = e \cdot \sqrt{L/l} \quad (2.30)$$

unde :

e este eroarea unitară, L — lungimea totală, l — lungimea unitară. Eroarea relativă totală se calculează cu relația :

$$e_{rt} = e_{at}/L \quad (2.31)$$

Erorile de ansamblu cuprind erorile sistematice e_s , neidentificate și neeliminate, precum și erorile accidentale e_a . Erorile de ansamblu se calculează cu formula 1.81 :

$$e_t = \pm \sqrt{e_s^2 + e_a^2} \quad (2.32)$$

La stabilirea toleranțelor pentru măsurarea directă a distanțelor se iau în considerare atât erorile sistematice cât și cele accidentale și formula toleranței va fi de forma :

$$T = e_s \cdot D + e_a \cdot \sqrt{D} \quad (2.33)$$

2.4. MĂSURAREA INDIRECTĂ A DISTANTELOR PE CALE OPTICĂ

Măsurarea indirectă a distanțelor pe cale optică presupune instalarea unui instrument topografic într-un punct și a unui semnal specific într-un alt punct. Distanța dintre cele două puncte se obține funcție de o bază H de mărime fixă sau variabilă, ce se ține în punctul vizat sau se găsește în

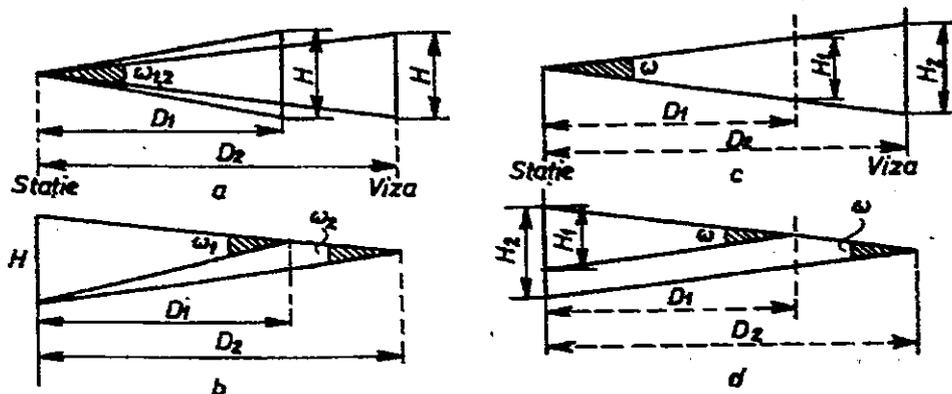


Fig. 2.96. Principiul măsurării distanțelor pe cale optică :

a — cu baza constantă în punctul vizat și unghiul ω variabil; b — cu baza constantă în aparat și unghiul ω variabil; c — cu baza variabilă în punctul vizat și unghiul ω constant; d — cu baza variabilă în aparat și unghiul ω constant.

aparat (fig. 2.96). Cind baza este variabilă unghiul ω este fix și în acest caz distanța va fi o funcție directă de bază $D = K \cdot f(H)$, unde K este o constantă (stadimetrică). Cind baza este constantă unghiul ω este variabil și în acest caz distanța va fi o funcție directă de unghiul ω și anume $D = K \cdot f(\omega)$.

Instrumentele topografice cu baza în punctul vizat formează grupa tahimetrelor, iar cele cu baza în aparat formează grupa telemetrelor. Tahimetrele la rîndul lor se împart în : tahimetre stadimetrice și tahimetre autoreductoare, care dau direct distanța redusă la orizont și uneori și diferența de nivel.

2.40. TAHIMETRE

Principiul stadimetriei se bazează pe asemănarea a două triunghiuri ce se formează pe de o parte între aparat și stadie (miră), iar pe de altă parte în interiorul aparatului, conform figurii 2.97, de unde rezultă :

$$D/d = H/h \text{ sau } D = d \cdot H/h \quad (2.34)$$

în care :

D este distanța între aparat și miră, d — distanța corespunzătoare în aparat, H — valoarea citită pe miră și h — valoarea corespunzătoare din aparat (distanța între firele stadimetrice).

Tahimetrele cu citire centralizată sînt înzestrate cu lunetă analitică (tip Porro) care în comparație cu luneta neanalitică, înfilnită la tahimetrele clasice construite în trecut, are în plus o lentilă de poziție fixă, numită analizor. Lunetele cele mai moderne sînt dotate cu teleobiectiv care suplinește funcția lentilei analizor. La luneta analitică pentru obținerea distanței din triunghiurile asemenea din figura 2.98 se pot scrie relațiile :

$$(D' + \delta)/H = \delta/h' \text{ sau } D' + \delta = \delta \cdot H/h' \text{ și} \quad (2.35)$$

$$h'/h = (e - f)/f \text{ sau } h' = (e - f) \cdot h/f \quad (2.36)$$

Deoarece O ca focar al lentilei analizor se găsește între obiectiv și focarul lui, O va da o imagine virtuală în centrul de analitism C , ce se află pe axa verticală a aparatului. Relația lentilelor ($1/a + 1/b = 1/F$), în cazul figurii 2.98 devine :

$$1/(e - f) - 1/\delta = 1/F \text{ sau } 1/\delta = (F + f - e)/F(e - f) \quad (2.37)$$

Introducînd pe 2.35 și 2.36 în relația 2.37 rezultă :

$$D' = -F(e - f)/(F + f - e) + \\ + F \cdot f \cdot H/h (F + f - e) \quad (2.38)$$

unde :

D' este distanța de la obiectivul lunetei la stadie, H — baza, respectiv numărul generator citit pe stadie, h — distanța dintre firele stadimetrice,

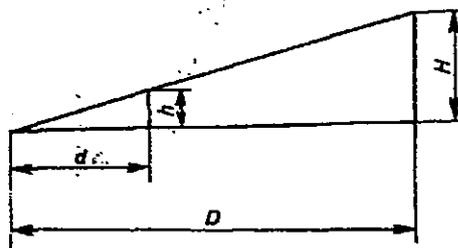


Fig. 2.97. Principiul stadimetriei.

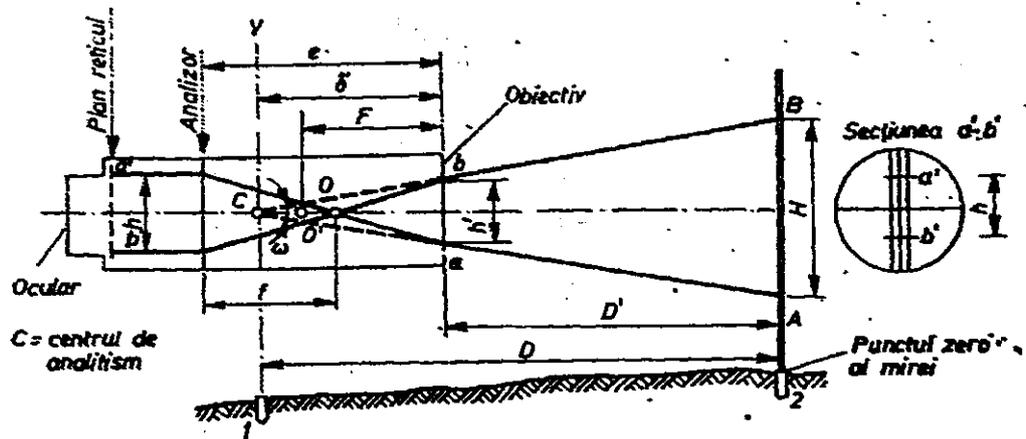


Fig. 2.98. Schema lunetei Porro.

F — distanța focală a obiectivului, f — distanța focală a analizorului, e — distanța constantă dintre obiectiv și analizor.

În relația 2.38, singurul element variabil este H . Distanța dintre cele două puncte fiind D rezultă (fig. 2.98):

$$D = \delta + D' = \delta - F(e - f)/(F + f - e) + F \cdot f \cdot H/h(F + f - e) = K \cdot H \quad (2.39)$$

Diferența $\delta - F(e - f)/(F + f - e)$, fiind foarte mică, se poate neglija. Factorul K fiind de obicei 100 (mai rar 50 sau 200), relația 2.39 devine:

$$D = 100 \cdot H \quad (2.40)$$

2.400. MĂSURAREA DISTANTELOR CU TAHIMETRE

Pentru măsurarea distanțelor se folosesc stadii (mire), care se țin de obicei vertical, eventual orizontal. Verticalitatea, respectiv orizontalitatea se poate asigura cu nivele sferice. Pentru citirea numărului generator (H) de pe stadiu se folosesc firele stadimetrice din cimpul lunetei, cele orizontale, în cazul stadiilor ținute vertical și cele verticale, în cazul stadiilor ținute orizontal.

Stadiile sînt rigle de lemn graduate de obicei în centimetri, grupați în decimetri, desenați și scriși alternativ pe o parte și pe alta a

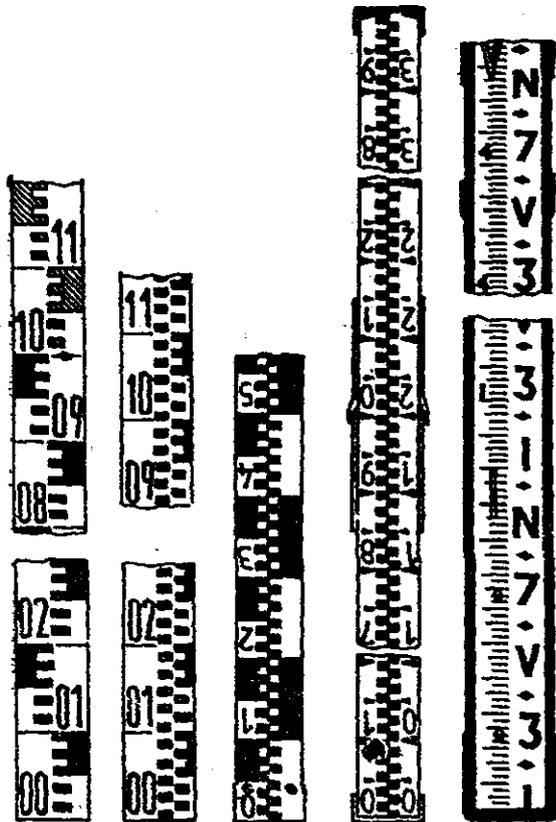


Fig. 2.99. Stadii (mire).

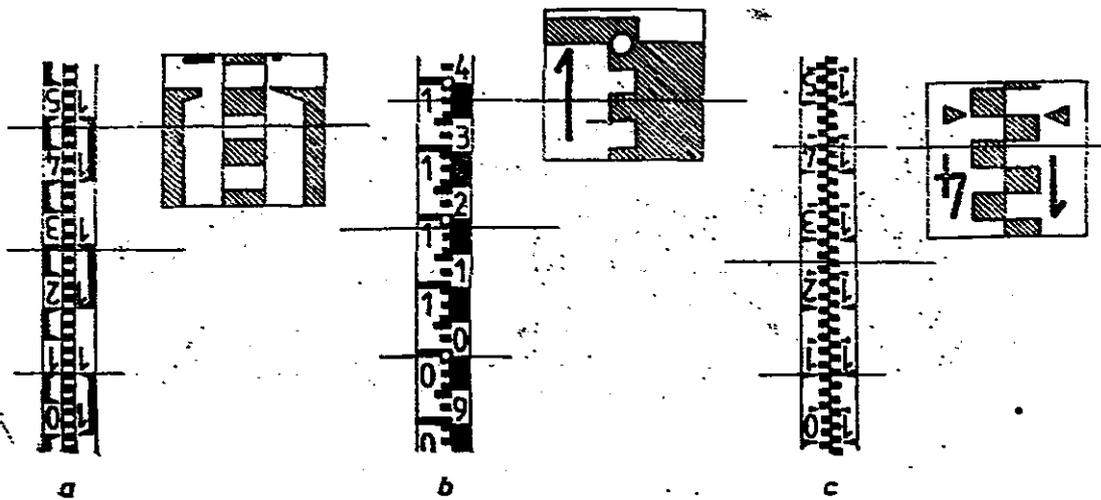


Fig. 2.100. Exemple de citire a distanțelor pe cale optică la stadii verticale :
 a - 38,5 m ; b - 37,8 m ; c - 33,7 m.

feței stadii. Gradațiile sînt colorate alternativ (din m în m) în negru și roșu pe fond alb. Cifrele pot fi scrise normal sau în poziție inversă, pentru cele două categorii de lunete ce dau imagine directă sau inversă. În figura 2.99 se dau diferite tipuri de stadii și diferite sisteme de gradații. Lungimea stadiilor poate să fie de 3 sau 4 m. Ele se confecționează din lemn ușor și sînt prevăzute la extremități, pentru protecție, cu armătură metalică.

Pentru citirea mai comodă și mai precisă a numărului generator, firul stadimetric din zona diviziunilor mai mici se aduce, din mișcarea fină a lunetei, la o diviziune întreagă. Apoi se citesc dm și cm între cele două fire, iar milimetri se aproximează. Exemple de citire sînt date în figura 2.100.

Stadiile orizontale sînt prevăzute cu cite o cătare care permite așezarea lor perpendiculară pe direcția vizei. Deși cu stadii orizontale se obțin rezultate mai bune (efectul refracției atmosferice și al înclinării terenului sînt mai mici) totuși stadiile verticale sînt mai răspîndite, fiind mult mai practice.

2.401. REDUCEREA DISTANȚELOR LA ORIZONT

Relația distanței $D = K \cdot H$ este valabilă numai în cazul cînd viza este perpendiculară pe stadiu, deci în terenuri (practic) orizontale. În cazul terenurilor înclinate viza nu cade perpendicular pe stadiu și astfel numărul generator citit este mai mare decît cel corespunzător distanței înclinate L . Pentru a se obține distanța înclinată reală, numărul generator citit se înmulțește cu cosinusul unghiului de înclinare, adică $H' = H \cdot \cos \varphi$, iar $L = K \cdot H \cdot \cos \varphi$. Pentru obținerea distanței redusă la orizont (fig. 2.101, a), valoarea obținută se mai înmulțește încă odată cu $\cos \varphi$, adică :

$$D = L \cdot \cos \varphi = K \cdot H \cdot \cos^2 \varphi \quad (2.41)$$

Reducerea distanțelor în cazul stadiilor orizontale (fig. 2.101, b), care se țin întotdeauna perpendicular pe viză, indiferent de înclinarea terenului se face ca și în cazul măsurării distanțelor pe cale directă cu relația :

$$D = L \cdot \cos \varphi \quad (2.42)$$

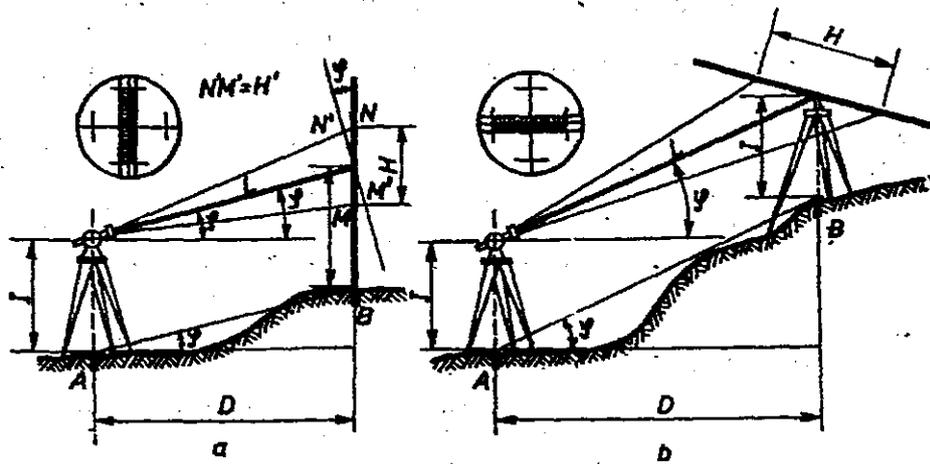


Fig. 2.101 Reducerea distanțelor la orizont :
 a — în cazul stadii verticale; b — în cazul stadii orizontale.

2.402. PRECIZIA MĂSURĂRII DISTANTELOR PE CALE INDIRECTĂ CU TAHMETRE ȘI STADII VERTICALE

La măsurarea distanțelor pe cale indirectă se pot produce greșeli și erori, care pot fi sistematice și accidentale.

Greșelile se datoresc neatenției operatorului. Cele mai importante surse sînt : citirea greșită a numărului generator de pe stadiu și înregistrarea greșită în carnetul de teren a acestei valori. Greșelile pot fi evitate prin citirea distanței în ambele poziții ale lunetei sau prin citirea distanței din ambele capete. Dacă cele două valori sînt apropiate în limitele toleranțelor admise, se calculează valoarea medie, ceea ce reprezintă o valoare mai probabilă. Dacă sînt diferite citirea se repetă pentru a stabili care din valori este bună și care este greșită.

Erorile pot fi provocate de imperfecțiunile aparatului, stadii, condițiilor de mediu și operatorului.

Erori provocate de aparat. Erorile se datoresc constantei stadimetrice care nu este riguros egală cu 100. Dacă în loc de 100 constanta este 100,1, deci o eroare foarte mică, se produce o eroare sistematică de 1 : 1 000, adică 10 cm la 100 m. Pentru verificarea constantei pe un teren aproximativ orizontal se măsoară, folosind stadii etalonate, mai multe distanțe, cuprinse între 20 și 100 m, care se măsoară cu atenție și pe cale directă. Se obțin mai multe ecuații cu o singură necunoscută K :

$$D_1 = K \cdot H_1, D_2 = K \cdot H_2, \dots, D_n = K \cdot H_n, \text{ de unde :}$$

$$K = D_1/H_1, K = D_2/H_2, \dots, K = D_n/H_n \quad (2.43)$$

Constanta definitivă se obține din media constantelor astfel obținute.

Erori provocate de stadii. Diviziunile stadii pot fi neriguros egale și în acest caz se produc erori accidentale. Din cauza variației lungimii stadii prin contracție sau dilatare, diviziunile în ansamblul lor pot fi mai mari sau mai mici și în acest caz se produc erori sistematice.

Dacă diviziunile sînt neriguros egale, dar se constată că diferențele sînt mai mici de 0,5 mm la 1 dm, sau 0,75 mm la 1 m sau 1,50 mm la

lungimea totală a stadii, erorile pot fi neglijate. În caz contrar stadia se înlocuiește. Dacă erorile sînt sistematice, negative sau pozitive, se determină o nouă constantă stadimetrică care este valabilă pentru stadia cu care se lucrează.

Erori provocate de condițiile de mediu. În această categorie pot fi amintite: eroarea de refracție atmosferică, provocată de stratele de aer de densități diferite din apropierea solului și eroarea de miraj provocată de încălzirea diferită a stratelor de aer din apropierea solului care produc curenți pe verticală. Aceste erori pot fi practic eliminate prin vizări pe miră la peste 50 cm înălțime și citiri efectuate în orele mai matinale. Aceste erori apar cînd se lucrează în terenuri ce se încălzesc puternic și cînd se lucrează în zile cu temperaturi ridicate.

Erori de operator. În această categorie de erori cele mai importante sînt: eroarea de citire a numărului generator, ca rezultat al puterii de mărire insuficiente a lunetei aparatului și al grosimii firelor stadimetrică (ele pot fi considerate parțial și erori provocate de aparat) și care cresc cu distanța și eroarea de neverticalitate a stadii care întotdeauna este pozitivă.

Eroarea de citire a numărului generator. Dacă eroarea medie de citire pe stadiu în dreptul unui fir este e , eroarea medie ce caracterizează citirea numărului generator la ambele fire va fi $e \cdot \sqrt{2}$. Astfel eroarea medie a relației $D = 100 \cdot H$ va fi:

$$e_D = 100 \cdot e \cdot \sqrt{2} \quad (2.44)$$

iar eroarea relativă:

$$e_D/D = 100 \cdot e \cdot \sqrt{2}/D \quad (2.45)$$

Dacă eroarea de vizare cu ochiul liber se apreciază la circa $\pm 2^\circ$ sau 1 : 3 183 radiani, eroarea de vizare cu luneta de putere de mărire M , va fi de M ori mai mică, adică 1 : 3 183 M , cînd:

$$e/D = 1/3\ 183 \cdot M \quad (2.46)$$

valoare ce substituită în relația 2.44 dă:

$$e_D/D = 100 \cdot \sqrt{2}/3\ 183 \cdot M = 1/22,5 \cdot M \quad (2.47)$$

Eroarea de neverticalitate a stadii. Dacă stadia se abate de la verticală cu un unghi φ , efectul acesteia asupra relației $L = K \cdot H \cdot \cos \varphi$, se obține prin diferențierea relației:

$$\Delta L = -K \cdot H \cdot \sin \varphi \cdot \Delta \varphi / 6\ 366^\circ \quad (2.48)$$

iar eroarea relativă:

$$\Delta L/L = -K \cdot H \cdot \sin \varphi \cdot \Delta \varphi / K \cdot H \cdot \cos \varphi \cdot 6\ 366^\circ = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \Delta \varphi / 6\ 366^\circ \quad (2.49)$$

adică eroarea crește cu tangenta unghiului de pantă. Pentru reducerea erorilor apare necesitatea ca stadiile să fie prevăzute cu nivele sferice de calare, în special în terenuri accidentate.

Din analiza erorilor rezultă că ele sînt destul de importante și cu atît mai mari cu cît accidentația terenului crește. Determinarea stadimetrică

Tabelul 2.7

Toleranțe admise la măsurarea indirectă a distanțelor

Distanțe (m)	Unghi de pantă			
	10°	20°	30°	40°
50	0,15	0,20	0,25	0,30
60	0,16	0,21	0,26	0,31
70	0,17	0,22	0,27	0,32
80	0,18	0,23	0,28	0,34
90	0,19	0,24	0,29	0,36
100	0,20	0,25	0,31	0,38

a distanțelor asigură o precizie satisfăcătoare în cazul distanțelor limitate. Distanța maximă de vizare cu tahimetrul obișnuit nu trebuie să depășească 100 m în cazul punctelor importante și 150 m în cazul punctelor de importanță mai mică.

În tabelul 2.7 se dau toleranțele admise la măsurarea indirectă a distanțelor folosind stadii verticale.

Notă. O importantă categorie de tahimetre, de mare specificitate, tahimetrele autoreductoare, vor fi descrise la § 5.

2.5. MĂSURAREA DISTANȚELOR CU AJUTORUL UNDELOR

După natura undelor purtătoare, aparatele ce servesc la măsurarea distanțelor se împart în două grupe mari :

— aparate ce utilizează lungimi de undă din spectrul vizibil, denumite electrooptice (în literatura de specialitate ele se întâlnesc sub denumirea de *geodimetre, telemetre electrooptice, locatoare optice* etc.). Ele lucrează bine noaptea, pe timp senin, asigurând o precizie ridicată ;

— aparate ce utilizează lungimi de undă din spectrul invizibil, denumite electromagnetice (în literatura de specialitate ele se întâlnesc sub denumirea de *tellurometre, radiotelemetre, distomate* etc.). Ele lucrează bine și ziua și noaptea sau chiar pe timp de ceață sau ploaie.

Principiul de măsurare a distanțelor între două puncte este același pentru ambele tipuri de aparate. Distanța D între două puncte (fig. 2.102) este dată de relația :

$$D = v \cdot t / 2 \quad (2.50)$$

în care : v este viteza de propagare a undelor, iar t — timpul necesar undelor pentru a parcurge dublul distanței de măsurat. Deoarece măsurarea timpului t , care este extrem de redus, întâmpină dificultăți, timpul se determină pe cale indirectă prin măsurarea diferențelor de fază între modulația de ieșire și de intrare. Cunoscând unghiul de fază φ al oscilațiilor se poate exprima în funcție de frecvența f (care reprezintă numărul oscilațiilor complete efectuate în unitatea de timp) și de timpul parcurs de undă, adică :

$$\varphi = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t, \text{ de unde } t = \varphi / 2 \pi \cdot f \quad (2.51)$$

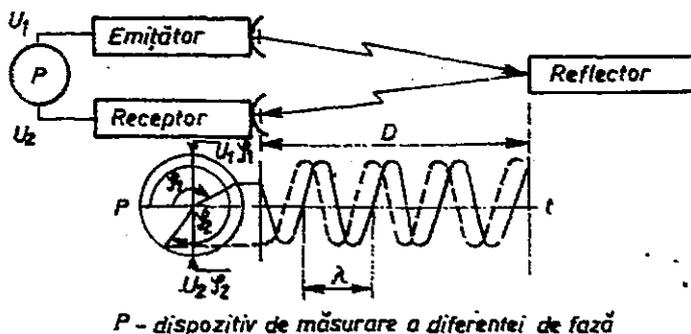
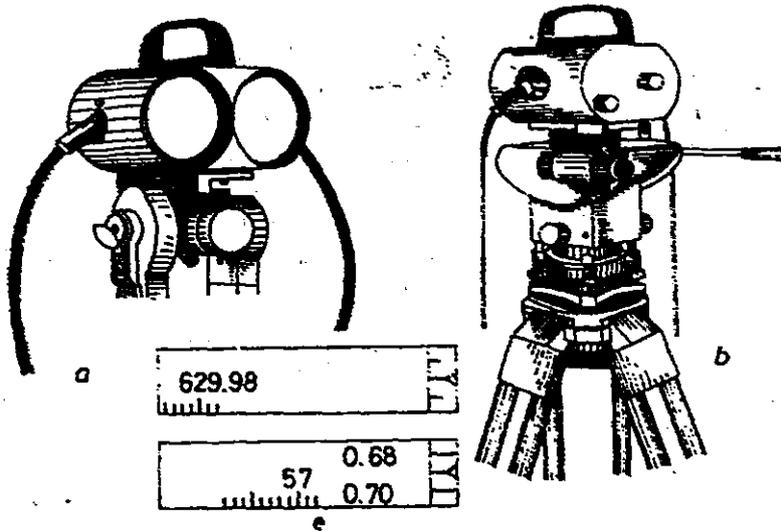
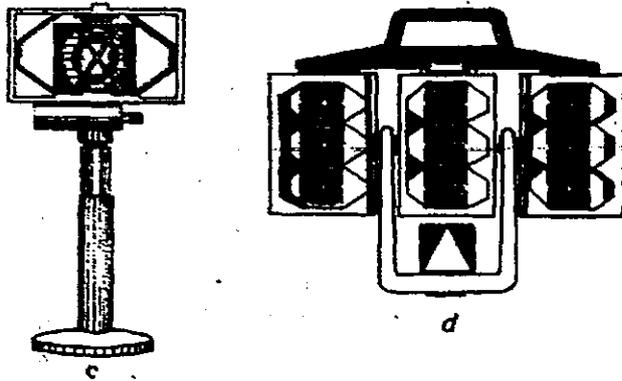


Fig. 2.102. Principiul măsurării distanțelor cu ajutorul undelor.

if. 2.103. Distomat Wild
Di-10:



-- instrument montat pe teodolit;
b -- instrument montat pe trepied;
c -- reflector simplu; d -- reflector cu nouă elemente; e -- exemple de citire.



introducînd în relația distanței D rezultă :

$$D = \varphi \cdot r / 4\pi \cdot f = \varphi \cdot \lambda / 4\pi \quad (2.52),$$

Viteza de propagare a undelor, precum și frecvența f fiind cunoscute problema determinării distanțelor se reduce la măsurarea diferențelor de fază a două frecvențe.

Aparatele electrooptice asigură o precizie de $\pm 1 \text{ cm} + 2 \cdot 10^{-6}$, iar cele electromagnetice o precizie de $\pm 3 \text{ cm} + 2 \cdot 10^{-6} \dots 2 \cdot 10^{-5}$.

Din numeroasele aparate realizate cu aplicație directă în topografie se menționează : Distomatul Wild Di-3, distomatul Wild Di-10 (fig. 2.103), distomatele DM-500, DM-1 000, DM-2 000 (fig. 2.104) Kern, SM 11, Reg. Elta 14, ELDI-1, ELDI-2 produse de Opton (Zeiss) Oberkochen, EOK (fig. 2.105), EOT-2 000 (fig. 2.106) produse de Zeiss-Jena etc.

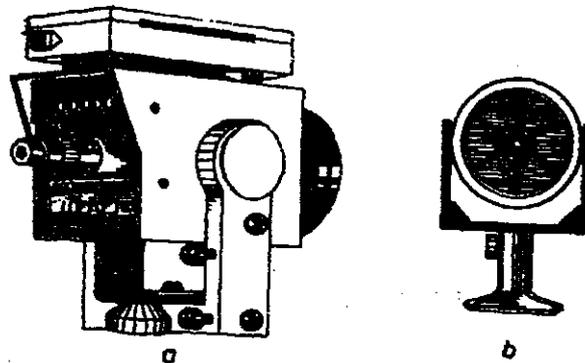


Fig. 2.104. Distomat DM-2000 Kern :
a -- stație emisie-recepție; b -- reflector.

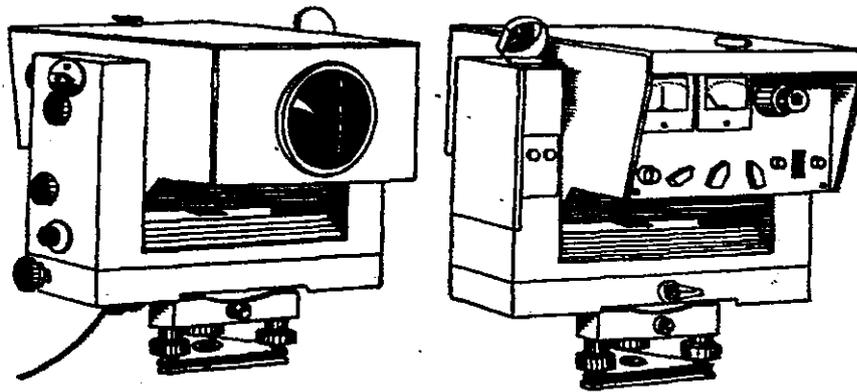


Fig. 2.105. EOK-2000 Zeiss-Jena.

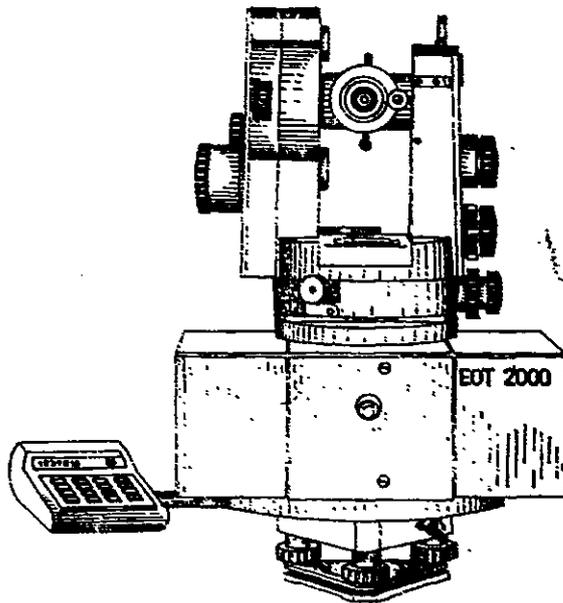


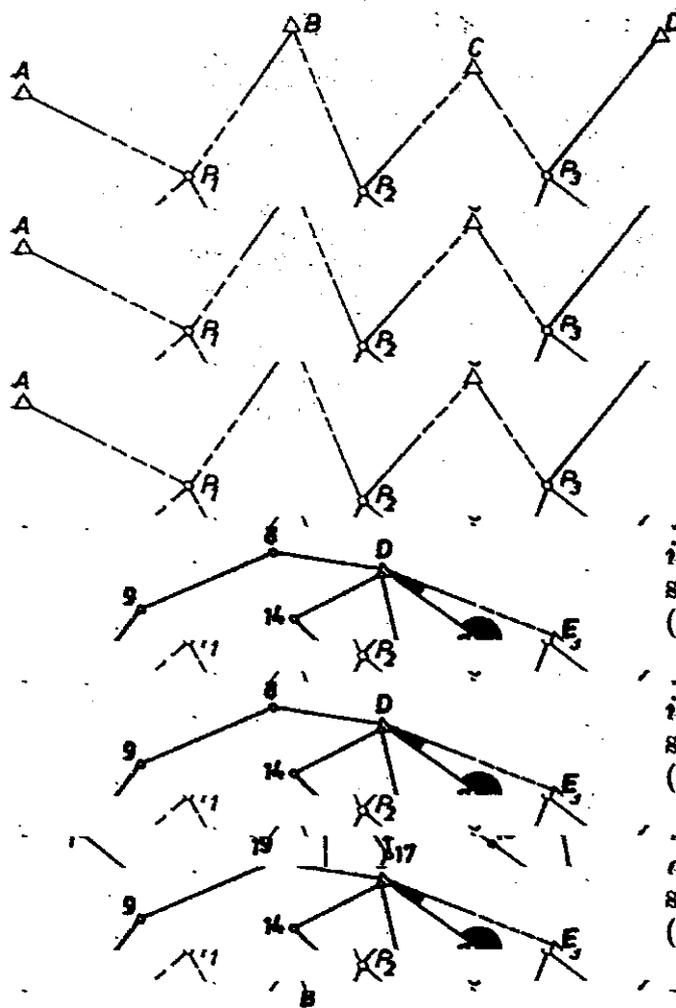
Fig. 2.106. EOT-2000 Zeiss-Jena.

Distomatul Wild Di-10 este un aparat de mici dimensiuni format dintr-o masă cu instalație electronică montată direct pe trepied și un emițător-receptor, care se poate fixa pe masa aparatului sau pe luneta unui teodolit de construcție Wild: T1, T16, T2. Măsoară distanțe cuprinse între 10 m și 2 000 m și asigură o precizie de ± 1 cm pe toate distanțele. Are afișaj electronic. Reflectorul poate fi format în funcție de distanța măsurată din: o prismă (1 000 m), trei prisme (1 600 m) și nouă prisme (2 000 m). Aparatul calculează și distanța redusă la orizont și diferența de nivel. Influența factorilor atmosferici

asupra preciziei de măsurare se corectează automat cu un comutator de scară.

Telemetrul electrooptic EOK 2 000 măsoară distanța până la 2,5 km cu o precizie de ± 1 cm. Frecvențele modulate sînt acordate pentru condițiile atmosferice de 15°C și 740 mm presiune, astfel încît corecția atmosferică poate fi, în general, neglijată. Reflectorul este format din trei garnituri de prisme, în funcție de distanța măsurată. Aparatul este însă greoi și nu se poate combina cu un instrument de măsurat unghiuri.

Telemetrul electrooptic EOT 2 000 este un aparat apt atît pentru măsurarea distanțelor cît și pentru măsurarea unghiurilor. Măsoară distanțe pînă la 2 000 m, cu o precizie de ± 1 cm. Numărul prismelor este în funcție de mărimea distanței de măsurat. Are un pupitru de comandă, un minicalculator, cu ajutorul căruia se obțin distanța redusă la orizont și diferența de nivel.



$D \Delta \text{---} \circ P_3$ viză reciprocă
 $A \Delta \text{---} \circ P_1$
 $P_3 \circ \text{---} \Delta C$ } vize unilaterale

$D \Delta \text{---} \circ P_3$ viză reciprocă
 $A \Delta \text{---} \circ P_1$
 $P_3 \circ \text{---} \Delta C$ } vize unilaterale

$D \Delta \text{---} \circ P_3$ viză reciprocă
 $A \Delta \text{---} \circ P_1$
 $P_3 \circ \text{---} \Delta C$ } vize unilaterale

intersecția combinată când se staționează atât în punctul nou (P_3) cât și în cele vechi. Punctele

intersecția combinată când se staționează atât în punctul nou (P_3) cât și în cele vechi. Punctele

staționează atât în punctul nou (P_3) cât și în cele vechi. Punctele

Fig. 3.2. Indesirea rețelei geodezice cu teodolite electrooptice.

Fig. 3.2. Indesirea rețelei geodezice cu teodolite electrooptice.

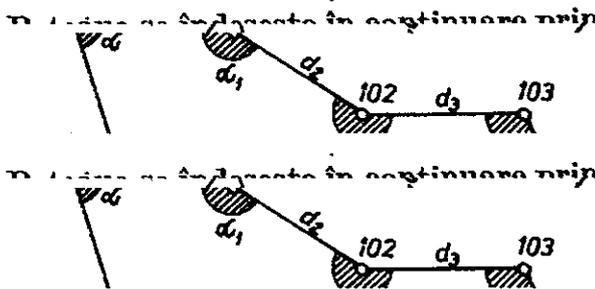
Fig. 3.2. Indesirea rețelei geodezice cu teodolite electrooptice.

double (pct. 4) sau chiar simple (pct. 19), rezolvări în triunghi (pct. 17, 16).

drumuri sriiinite pe puncte de double (pct. 4) sau chiar simple (pct. 19), rezolvări în triunghi (pct. 17, 16).

drumuri sriiinite pe puncte de double (pct. 4) sau chiar simple (pct. 19), rezolvări în triunghi (pct. 17, 16).

drumuri sriiinite pe puncte de



(pct. 14, 10).

drumuri sriiinite pe puncte de

(pct. 14, 10).

drumuri sriiinite pe puncte de

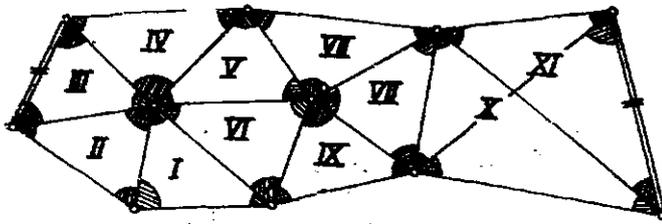


Fig. 3.6. Principiul determinării punctelor prin triangulație.

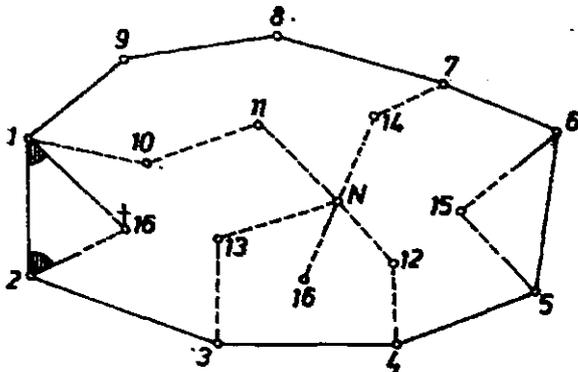


Fig. 3.7. Determinarea unei rețele topografice cu teodolite electrooptice.

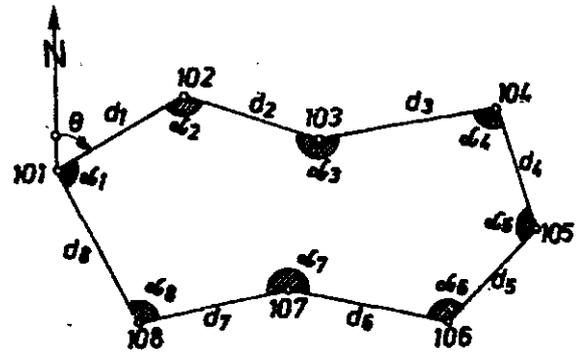


Fig. 3.8. Principiul determinării unei rețele de sprijin prin drumuire.

rețelei, precum și lungimea și orientările a două laturi (de plecare și de închidere). Dacă se dispune de un instrument de măsurare a distanțelor prin unde se poate folosi *metoda trilaterafiei* când se măsoară, în loc de unghiuri, toate laturile rețelei. Cu un *teodolit electrooptic*, care permite măsurarea cu precizie atât a unghiurilor cât și a laturilor, rețeaua topografică se determină mai economic și mai rapid; spre exemplu, în cazul figurii 3.7, drumuirea poligonometrică închisă (1,2, ... 9) cu laturi lungi se completează în interior, eventual în afară, cu drumuiri sprijinite, de ord. II sau III (1,10, ... 12,4) ce se întâlnesc în puncte nodale (N), cu puncte determinate prin radieri (pct. 15), în triunghi (pct. 16) etc. (fig. 3.7). În toate cazurile lucrările se desfășoară cu o precizie corespunzătoare pentru ca punctele să poată fi încadrate ulterior în rețeaua geodezică. Ridicările se continuă întocmai ca în rețeaua geodezică.

În cazul suprafețelor mai mici, decât câteva sute de ha, rețeaua de sprijin poate fi determinată printr-o *drumuire primară închisă*, completată cu drumuiri de ordinele II—III, ce se calculează pe baza aceluiași elemente, menționate anterior, la care se adaugă orientarea unei laturi (fig. 3.8). Detaliile se ridică, în continuare, prin metodele intensive menționate la ridicarea în cadrul rețelei de sprijin.

În sfârșit, suprafețele foarte mici pot fi ridicate uneori prin *metoda radierii*, când toate elementele se preiau dintr-un singur punct de stație.

3.1. ÎNDESIREA REȚELEI GEODEZICE PRIN INTERSECȚII

Pentru a servi direct ridicării rețeaua de sprijin trebuie să aibă o densitate corespunzătoare în raport cu numărul și importanța detaliilor existente, cu scara planului și cu precizia cerută. În acest sens, rețeaua geodezică (de ord. I—IV), trebuie îndesită cu puncte de ord. V (§ 3.01) pentru

a asigura o densitate de un punct la 25 — 50 ha în centrele populate și un punct la 200 — 400 ha în terenurile forestiere.

Îndesirea rețelei geodezice prin intersecții reprezintă modul general de lucru recomandabil în special când vizibilitățile se asigură cu ușurință (teren cu denivelări, neacoperit). Folosirea teodolitelor electrooptice, aplicabilă în toate situațiile și acreditată deja, este condiționată, evident, de dotare.

3.10. PROIECTAREA LUCRĂRILOR. PRINCIPII

Inițial se întocmește un anteproiect pe o hartă cu linii de nivel la scara 1/50 000 sau 1/25 000, pe care s-au raportat punctele cunoscute de ordinul I — IV. Condiția de densitate se asigură practic cu un cadrulaj trasat pe hartă: fiecare secțiune, de suprafață corespunzătoare densității minime, trebuie dotată cu un punct. Caracteristic este faptul că îndesirea se realizează progresiv, un punct necunoscut sau „nou” se determină din puncte de coordonate cunoscute sau „vechi”, devenind astfel punct vechi ce poate fi folosit la calculul altor puncte noi. În final toate punctele de ordinul V., care inițial erau noi, devin puncte vechi.

Amplasarea punctelor noi pe hartă se face, în spiritul celor de mai sus, respectând următoarele condiții:

- punctul să fie accesibil și staționabil cu teodolitul;
- să aibă o bună determinare, din cel puțin patru vize (de la, sau spre, puncte vechi sau care vor deveni vechi), uniform răspândite în jur de orizont (fig. 3.9), cu cât mai multe vize reciproce și cât mai scurte;
- să poată servi cât mai deplin la determinarea altor puncte. Astfel punctele noi vor fi plasate pe locuri dominante și degajate, pentru a vedea și a fi văzute din cât mai multe puncte.

3.11. DEFINITIVAREA PROIECTULUI

Anteproiectul se verifică și se definitivează la teren odată cu recunoașterea generală a teritoriului, când se caută și se identifică punctele vechi și se stabilește poziția definitivă a celor noi.

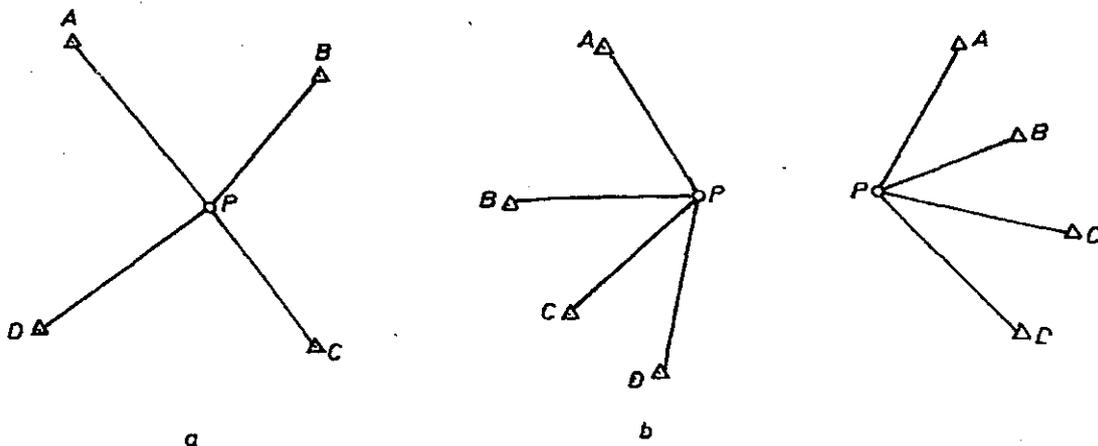


Fig. 3.9. Plasarea punctelor de intersecție:
a — punct bine plasat; b — punct plasat la limită; c — punct defectuos plasat.

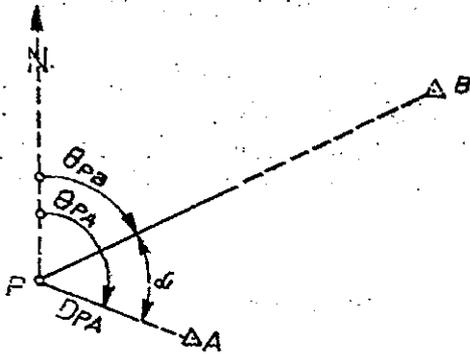


Fig. 3.10. Căutarea unui punct vechi.

ales spre cele noi, se consemnează în

carnet și se stabilește tipul și înălțimea semnalului de construit (§ 3.121). Poziția unei borne neidentificate sau dispărute poate fi reconstituită prin calcule și măsurători. În apropierea locului unde se bănuiește că s-ar găsi punctul căutat A se determină, prin intersecție înapoi, poziția punctului staționat P (§ 3.15). Cunoscând coordonatele punctului A (căutat), B (din rețeaua de sprijin folosit la determinarea lui P) și P (calculat) se deduce din coordonate, unghiul α și distanța D_{PA} , ce definesc poziția punctului A (fig. 3.10):

$$\alpha = \theta_{PA} - \theta_{PB}; \quad D_{PA} = \sqrt{(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2}$$

Staționind cu teodolitul în punctul P se vizează spre B și se introduce unghiul α ; se obține astfel direcția PA , pe care se măsoară cu panglica distanța D_{PA} unde trebuie să se găsească borna. Dacă acesta lipsește, se caută bornarea de subsol, săpîndu-se cu grijă pînă la stratul avertizor și la cărămida cu cruce; borna se reinstalează la verticala acesteia cu ajutorul a două sfori (§ 3.120). Dacă și bornarea de subsol a dispărut punctul se bornează și se redetermină.

Identitatea punctelor vechi se verifică prin măsurarea cu teodolitul a unghiurilor orizontale formate de vizele spre punctele cunoscute. Valorile obținute trebuie să fie foarte apropiate cu cele calculate prin diferența orientărilor, în limitele toleranțelor date de instrucțiuni (cîteva zeci de secunde).

3.111. AMPLASAREA DEFINITIVĂ A PUNCTELOR NOI

În continuare se parcurg pe teren punctele noi, verificînd condițiile avute în vedere la întocmirea anteproiectului (§ 3.10). Pentru vizibilitățile ce lipsesc se stabilește în ce măsură se poate renunța, se pot suplini cu altele ce există în realitate sau, la nevoie, cu ce sacrificii s-ar putea realiza (semnale înalte, defrișări). În final se alege locul definitiv de plantare a punctului, se întocmește schița vizelor și se stabilește tipul și înălțimea semnalului de construit.

§.12. MARCAREA PUNCTELOR

Materializarea la teren a punctelor topografice se numește marcarea. Operația se impune pentru ca punctele alese să fie aceleași la determinarea lor ca și la determinarea altor puncte și pentru a face legătura între teren și planuri, absolut necesară la trasări, verificări, completări etc. La sol punctele se marchează prin borne sau țărushi, pentru vizare verticala punctului se materializează, permanent sau temporar, prin semnal

Punctele rețelei de indesire se marchează la sol prin borne din beton armat, avînd forma unui trunchi de piramidă și dimensiuni variabile prevăzute în STAS 3 446-52 și 4 294-54 (fig. 3.11). Uneori se folosesc și borne din piatră finisată doar la partea superioară.

Pentru a evita pierderea punctului, prin dispariția bornei, se execută și o bornă la subsol prin cărămidă cu cruce așezată sub un strat avertăzor și de recunoaștere din nisip sau zgură. Bulonul bornei, ce reprezintă punctul matematic, trebuie să se găsească la verticala mărcii de la subsol. Condiția se asigură folosind un fir cu plumb și două sfori întinse într-un patru țărushi, la intersecția cărora se instalează succesiv cărămida și apoi borna (fig. 3.12).

Punctele de mai mică importanță se marchează și cu țărushi din lemn de esență tare, bătuți la rasul pământului și cu cui în cap (fig. 3.13, a).

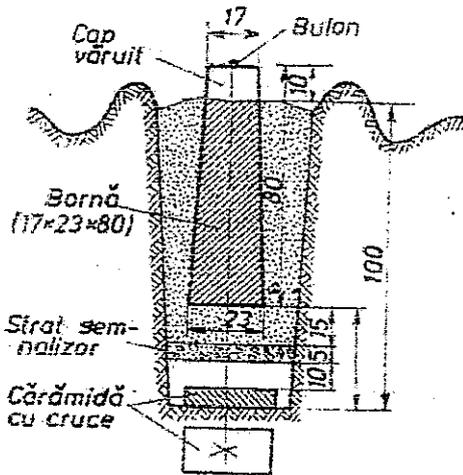


Fig. 3.11. Bornarea punctelor topografice.

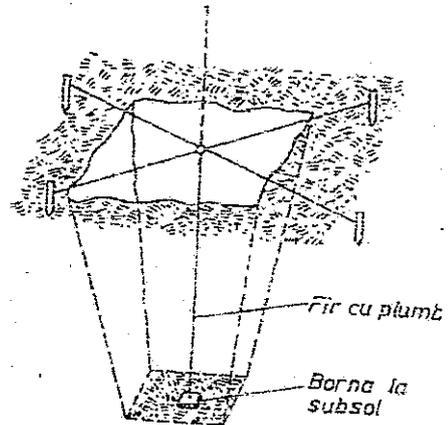


Fig. 3.12. Bornarea la subsol.

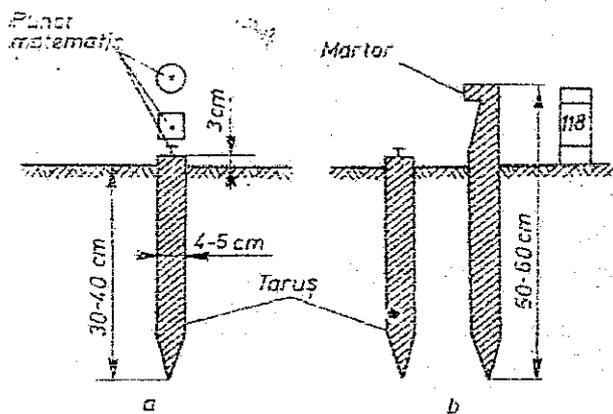


Fig. 3.13. Marcarea provizorie a punctelor:
a - țărush; b - țărush cu maritor.

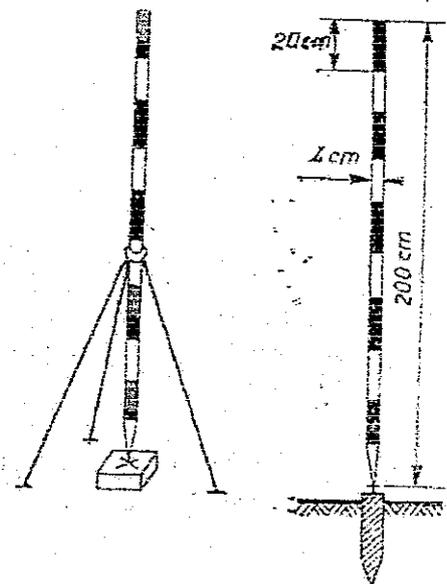


Fig. 3.14. Jaloane.

Pentru siguranță și pentru a fi găsit ușor, se fixează în apropiere, la 10–20 cm, un țărnuș martor (fig. 3.13.b); în pădure țărnușii se reperează pe arbori.

3.121. SEMNALIZAREA PUNCTELOR

Pentru a fi vizibile de la distanță este necesar ca, pe timpul măsurătorilor, verticala punctelor să fie semnalizată. În punctele rețelei de sprijin și de îndesire se instalează semnale permanente, rigide, ce rămân pe teren tot timpul măsurătorilor. Restul punctelor se semnalizează temporar cu jaloane.

Jaloanele sînt confecționate din lemn sau din metal ușor, de secțiuni variabile, cu diametru de circa 4 cm și lungimi de 2 m, vopsite în intervale de 20 cm în roșu și alb (fig. 3.14); cele din lemn au la capăt un sabot metalic. În timpul lucrului jalonul se ține, la verticala punctului topografic, cu mina sau se fixează cu ajutorul unui trepied metalic (fig. 3.14).

În cazul distanțelor mari se folosesc semnale topografice de dimensiuni corespunzătoare pentru a fi vizibile de la depărtare. Acestea sînt construcții stabile, din lemn și au ca piesă principală un pop pe care se fixează fluturii în alb și negru. La *semnalul baliză* popul este instalat direct pe pămînt, într-o cutie de scîndură (fig. 3.15, a), iar la *semnalul piramidă* este susținut de o capră cu patru, eventual trei, picioare (fig. 3.15, b).

În pădure se folosesc în mod curent și *semnale în arbore* alcătuite dintr-un pop ușor fixat vertical și rigid, de crăci groase, cu cuie și sîrmă (fig. 3.16). Bornarea se face centric sau excentric. La cîmpie, în cazul distanțelor mari, vizibilitățile se asigură prin construirea unor *piramide cu poduri*, constituite din două părți distincte: pilastrul pe care se instalează teodolitul și piramida propriu-zisă ce constituie semnalul la care se vizează (fig. 3.17).

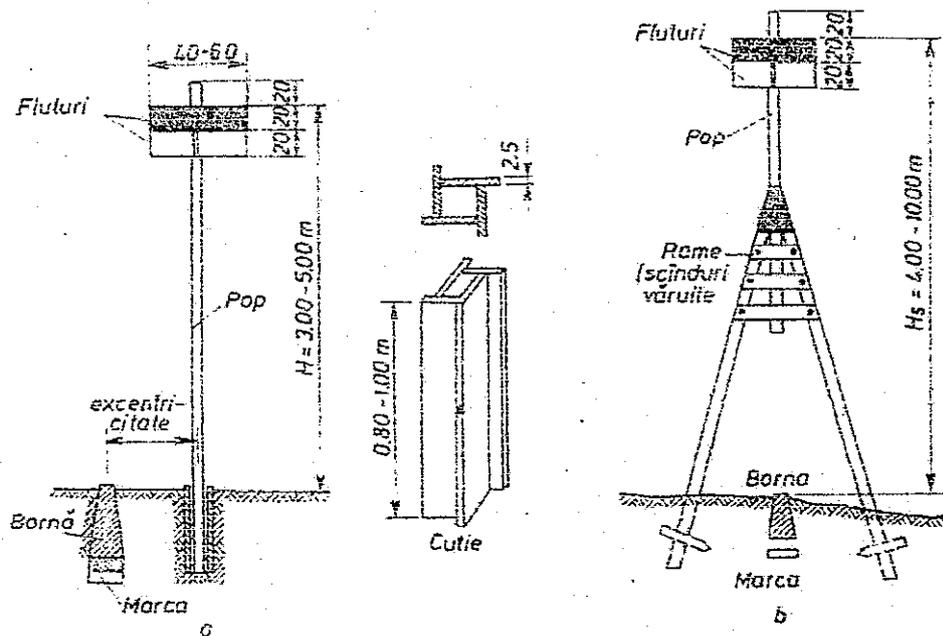


Fig. 3.15. Semnale topografice obișnuite :
a — baliză; b — piramidă cu 4 picioare.

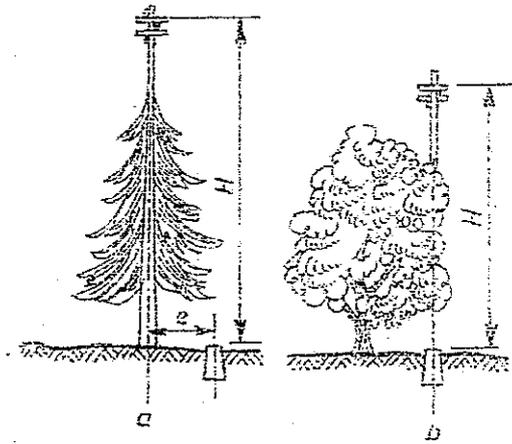


Fig. 3.16. Semnale în arbore:
a - cu bornare excentrică; b - cu bornare centrică.

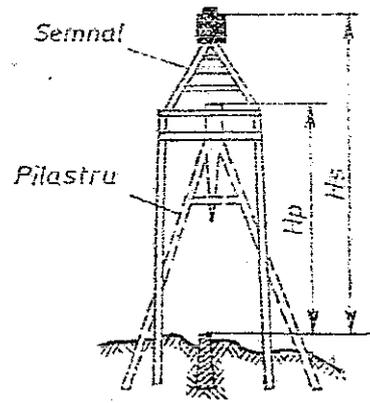


Fig. 3.17. Piramidă geodezică
cu un pod.

În localități se folosesc în mod frecvent turlile bisericilor (fig. 3.18, a), paratrăznete de pe coșurile fabricilor (fig. 3.18, b) și uneori semnale instalate pe terasele clădirilor înalte (fig. 3.18, c).

Indiferent de tip, semnalele trebuie să fie verticale, pe cât posibil simetrice, bine identificabile, rigide și ieftine. Picioarele trebuie astfel dispuse încît să nu împiedice vizibilitatea spre alte puncte și în general, semnalul să permită instalarea comodă a aparatului de măsurat.

La marcarea punctelor topografice noi se construiesc, de regulă, întîi semnalele și apoi se bornează la sol, eventual la subsol. În cazul piramidelor și al unor semnale în arbore se execută o bornare centrică, la verticala popului (fig. 3.15, b 3.16, b și fig. 3. 19, a), iar la balize o bornare excentrică pe

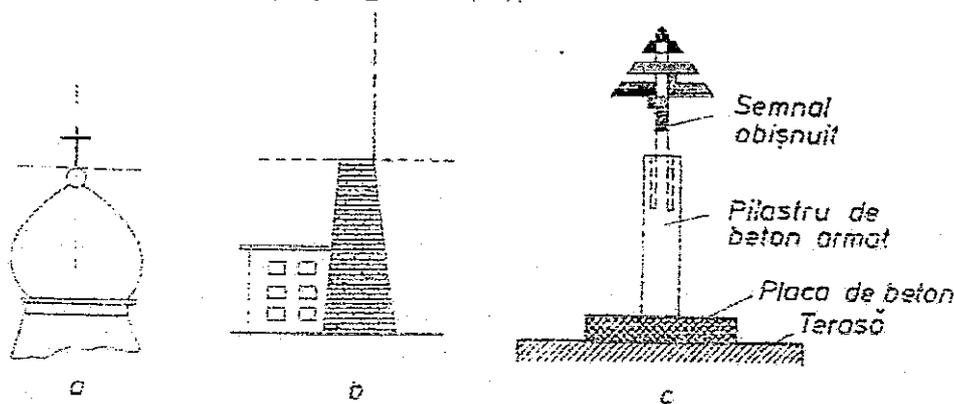


Fig. 3.18. Semnale topografice în localități:
a - turlă de biserică; b - paratrăznot pe coș de fabrică; c - semnal pe terasă.

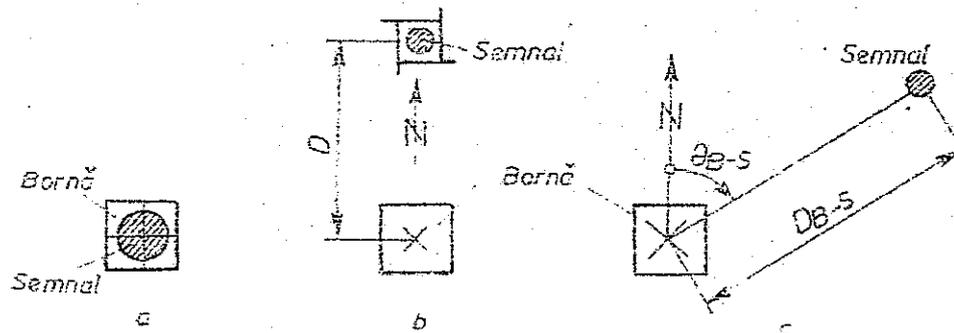


Fig. 3.19. Poziția bornelor față de semnal:
a - bornare centrică; b, c - bornare excentrică;

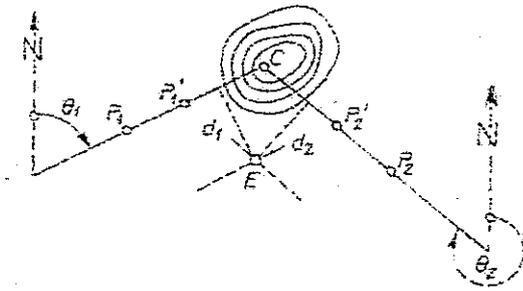


Fig. 3.20. Bormarea excentrică a semnalelor în arbore.

direcția sud (fig. 3.15 a, și fig. 3.19, b). În punctele vechi, deja bormate, semnalul se ridică anevoie exact la verticala punctului; în mod firesc, el va rezulta excentric, pe o direcție oarecare (fig. 3.19, c). Elementele excentricității, distanța și orientarea bornă-semnal, se măsoară cu ruleta și cu busola de buzunar consemnându-se pe schiță.

Construcția unui semnal piramidă sau în arbore presupune proiectarea capului negru la sol. Operația se realizează cu teodolitul din două direcții aproximativ perpendiculare ale căror plane verticale se materializează la sol prin doi țărushi. Borna, în cazul punctelor noi și țărushul cu cui în cap, în cazul celor vechi, se instalează la intersecția liniilor materializate prin sfori determinate de cele două rânduri de țărushi.

În cazul semnalelor în arbore, când punctul se proiectează în perimetrul tulpinii, se impune o bormare excentrică. Pe aliniamentele de proiectare la sol a semnalului, materializate de picheții P_1, P_1' și P_2, P_2' se ridică perpendiculare, în apropierea tulpinii, la intersecția cărora se obține punctul E care se bormează (fig. 3.20). Cu ajutorul orientărilor θ_1 și θ_2 și a distanțelor d_1 și d_2 se întocmește un grafic la scară mare, 1 : 5 sau 1 : 10, pe care se măsoară direct elementele excentricității : lungimea și orientarea segmentului CE . Determinarea acestora poate fi făcută și numeric.

3.122. DESCRIEREA TOPOGRAFICĂ A PUNCTELOR

După marcarea punctelor se face o descriere topografică ce permite regăsirea lor cu ușurință. Poziția bornei se definește pe o schiță de reperaj orientată unde se trec distanțele față de unele detalii stabile și ușor de recunoscut (fig. 3.21). Schița este completată cu o descriere a amplasamentului bornei, precum și cu unele date generale : comuna, locul, anul construcției, tipul bornei, înălțimea semnalului etc.

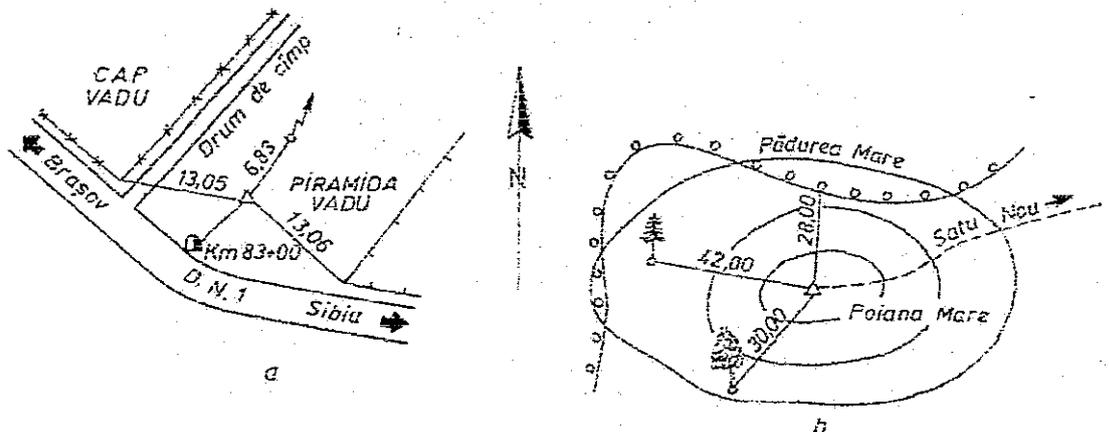


Fig. 3.21. Descrierea topografică a punctelor :
a - în teren agricol ; b - în teren forestier ;

3.130. ÎNTOCMIREA PLANULUI DE OBSERVAȚII

La o scară convenabilă se raportează punctele vechi și se amplasează aproximativ cele noi, proiectate. Conform notațiilor de la recunoașterea terenului se transpun pe această schiță toate vizele duse din punctele vechi sau noi, respectînd o anumită legendă spre exemplu: vizele reciproce cu linie continuă, cele unilaterale jumătate cu linie plină și jumătate cu linie întreruptă, cele între punctele vechi cu negru și restul cu roșu etc. Se obține astfel *schiza vizelor* pe baza căreia se execută lucrările ulterioare.

În general, vizibilitățile existente în cadrul unei rețele de îndesire sînt numeroase. Din ansamblul lor se aleg, în principiu, cele care asigură o cît mai bună determinare a punctelor noi și în primul rînd toate vizele spre punctele apropiate, pentru a asigura o bună determinare a punctelor noi, învecinate. Efectiv, se au în vedere următoarele cerințe cu caracter general (fig. 3.22):

— *vizele de orientare*, ce servesc la orientarea direcțiilor spre punctele noi, duse între puncte vechi, cel puțin 2—3 din fiecare punct, să fie cît mai lungi (spre ex. vizele $A-C$, $D-C$);

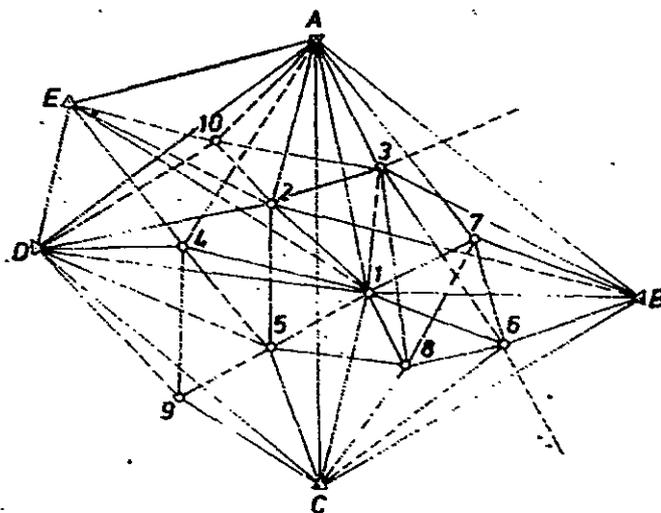
— *vizele de determinare*, din intersectarea cărora rezultă punctele noi, duse de la punctele vechi (sau noi, care vor deveni vechi) la puncte noi, sau invers, cel puțin patru pentru fiecare punct nou să fie cît mai scurte și uniform răspîndite în jurul acestuia (spre ex. vizele $3-A$, $D-4$, $2-3$ și vizele din punctul 2);

— *vizele de orientare-determinare*, respectiv vizele reciproce între punctele noi și vechi din cadrul intersecției combinate, să fie cît mai numeroase (spre ex. vizele $1-A$, $3-B$ și cele din punctul 1);

— *numărul de vize* să fie acoperitor, mai mare decît cel minim, pentru înlocuirea celor ce se dovedesc, în calcule, a fi nesatisfăcătoare;

— *ordinea de determinare provizorie*, stabilită la proiectare, condiționează alegerea vizelor dar poate suferi și modificări cu această ocazie.

Pe baza acestor recomandări, justificate în continuare și în special la § 3.18, se întocmește un *plan de observații* cu vizele ce trebuie urmărite pe teren în fiecare punct (fig. 3.22); uneori, pentru simplificare, acestea se numerotează, în sens direct, începînd cu punctele vechi și continuînd cu cele noi.



- $\triangle B$, Punct vechi din rețeaua de sprijin
 $\circ 4$, Punct nou din rețeaua de îndesire
 $A \triangle - \circ 2$ Viză reciprocă
 $5 \circ - - - \circ 4$ Viză unilaterală
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 Ordinea de determinare (propusă)

Fig. 3.22. Planul de observații și succesiunea de determinare.

Îndesirea rețelei de sprijin se face progresiv, în ideea că orice punct odată calculat poate servi la determinarea altora. O anumită ordine se stabilește încă de la proiectarea (amplasarea) punctelor noi și posibilitățile de determinare; ea se clarifică odată cu întocmirea planului de observații și se definitivează abia în decursul calculelor.

Inițial se proiectează și se determină neapărat prin intersecție combinată un „punct de frîngere” (punctul 1) situat între punctele vechi (A, B, C, D, E) pentru a reduce distanțele relativ mari ale rețelei geodezice (fig. 3.22). În continuare se au în vedere punctele determinabile prin intersecții combinate (2, 3, 5, 6) situate între punctul de frîngere și cele geodezice etc. Urmează determinarea punctelor prin intersecție înainte și tocmai în final cele prin intersecție înapoi. Totuși, ordinea de determinare preconizată nu poate și nu trebuie respectată riguros; ea se schimbă în funcție de precizia rezultatelor și abia la încheierea calculelor se întocmește *schiza de determinare* ce conține ordinea definitivă.

Se constată totodată că nici recomandările anterioare (§ 3.130) nu pot fi respectate integral. Vizele de determinare ale punctului de frîngere (1) sînt lungi și se reduc abia în cazul punctelor următoare de îndesire, unele puncte (2, 3, 4) sînt bine plasate, cu vize din toate cele patru cadrane, altele (8, 9) au o situație mai puțin favorabilă (fig. 3.22). În calcule se vor folosi cu prioritate punctele cele mai apropiate. Spre exemplu punctul 8 se va determina din punctele din jur $C, 6, 1, 5$, iar punctul 5 funcție de $C, 1, 2, 4$ (fig. 3.22).

3.132. MĂSURĂTORI EFECTIVE ÎN TEREN

În baza planului de observații se trece la măsurarea unghiurilor cu un teodolit cu citire centralizată de tip T_2 ce asigură o precizie de citire de $\pm 2''$ și o eroare de măsurare a unghiurilor de $\pm 5'' - 7''$. În conformitate cu instrucțiunile se vor efectua 2—3 serii; totodată se măsoară și elementele necesare nivelmentului la distanțe mari: unghiurile zenitale, înălțimea aparatului și a semnalului (§ 4.20).

Înainte de începerea măsurărilor se face (eventual se verifică) proiectarea semnalului la sol (§ 3.122). De obicei se staționează în semnal și nu în bornă, cînd se asigură identitatea între viză și stație și a vizelor reciproce (semnal-semnal). Dacă instrucțiunile cer staționarea în bornă, vizele se centrează pe semnal folosind *diagrama Croitoru* (§ 2.86), iar cînd direcțiile dintr-o stație sînt numeroase, mai mult de 14—16, se împart în grupe de observații (§ 2.21).

3.14. INTERSECȚIA ÎNAINTE

Metoda permite determinarea unui punct nou prin staționarea cu teodolitul în punctele vechi, ale rețelei de sprijin și măsurarea unghiurilor orizontale dintre direcții (fig. 3.25).

3.140. ASPECTE GEOMETRICE

Se știe că două drepte neparalele conținute într-un plan se intersectează într-un punct; coordonatele x și y ale acestuia se deduc ușor dacă pozițiile dreptelor sînt cunoscute și exprimate sub formă de ecuații.

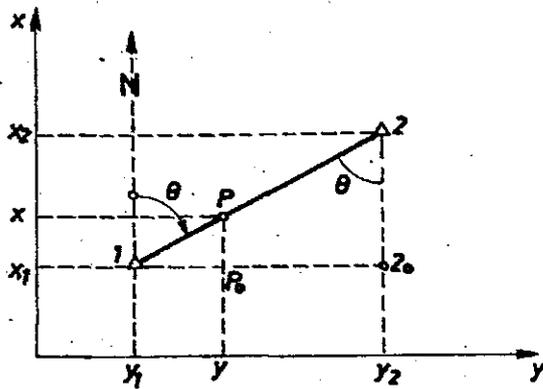


Fig. 3.23. Stabilirea ecuației unei drepte.

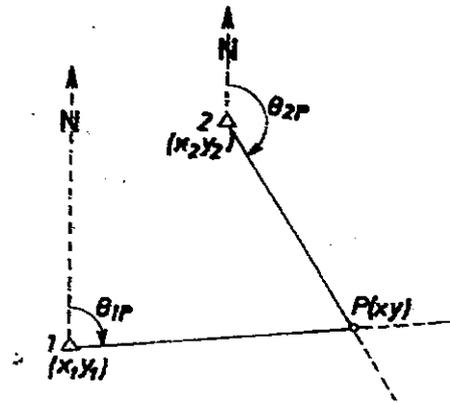


Fig. 3.24. Intersecția a două drepte.

O dreaptă este definită de două puncte cunoscute sau de un punct cunoscut și o direcție. În ultimul caz, pentru dreapta ce pleacă din punctul cunoscut 1 (x_1, y_1) avînd direcția θ și considerînd un punct oarecare de pe ea $P(x, y)$ se poate exprima o linie trigonometrică și în continuare ecuația dreptei (fig. 3.23):

$$\operatorname{tg} \theta = (y - y_1)/(x - x_1) \text{ respectiv } y - y_1 = (x - x_1) \operatorname{tg} \theta \quad (3.1)$$

unde $\operatorname{tg} \theta$ reprezintă coeficientul unghiular m din geometria analitică.

Considerînd două drepte, definite fiecare de cîte un punct și cîte o direcție, ce se intersectează în punctul P , ecuațiile lor vor fi (fig. 3.24):

$$y - y_1 = (x - x_1) \operatorname{tg} \theta_{1P} \text{ și } y - y_2 = (x - x_2) \operatorname{tg} \theta_{2P} \quad (3.2)$$

Soluția comună a acestui sistem de două ecuații cu două necunoscute reprezintă tocmai poziția punctului de intersecție a dreptelor. Rezolvînd sistemul se obține succesiv:

$$y_2 - y_1 = x \operatorname{tg} \theta_{1P} - x \operatorname{tg} \theta_{2P} + x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P} - x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P} \quad (3.3)$$

$$x (\operatorname{tg} \theta_{2P} - \operatorname{tg} \theta_{1P}) = y_1 - y_2 + x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P} - x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P} \quad (3.4)$$

$$x = \frac{y_1 - y_2 + x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P} - x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P}}{\operatorname{tg} \theta_{2P} - \operatorname{tg} \theta_{1P}} \text{ sau } x = \frac{y_2 - y_1 + x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P} - x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P}}{\operatorname{tg} \theta_{1P} - \operatorname{tg} \theta_{2P}} \quad (3.5)$$

Coordonata y a punctului P rezultă introducînd pe x , astfel calculat, în relațiile 3.2, adică:

$$y = (x - x_1) \operatorname{tg} \theta_{1P} + y_1 \text{ și } y = (x - x_2) \operatorname{tg} \theta_{2P} + y_2 \quad (3.6)$$

Dacă în grupul de relații 3.5 și 3.6, care folosește tangenta, se face înlocuirea $\operatorname{tg} \theta = 1/\operatorname{ctg} \theta$ rezultă relațiile corespunzătoare cotangentei:

$$y = \frac{x_2 - x_1 + y_1 \operatorname{ctg} \theta_{1P} - y_2 \operatorname{ctg} \theta_{2P}}{\operatorname{ctg} \theta_{1P} - \operatorname{ctg} \theta_{2P}} \text{ și } \begin{cases} x = (y - y_1) \operatorname{ctg} \theta_{1P} + x_1 \\ x = (y - y_2) \operatorname{ctg} \theta_{2P} + x_2 \end{cases} \quad (3.7)$$

3.141. ASPECTE TOPOGRAFICE

În cadrul intersecției înainte situația este similară: dreptele respective sînt vize orientate ce pleacă din puncte vechi, cunoscute, iar punctul lor de concurență este un punct nou P . Determinarea coordonatelor x și y

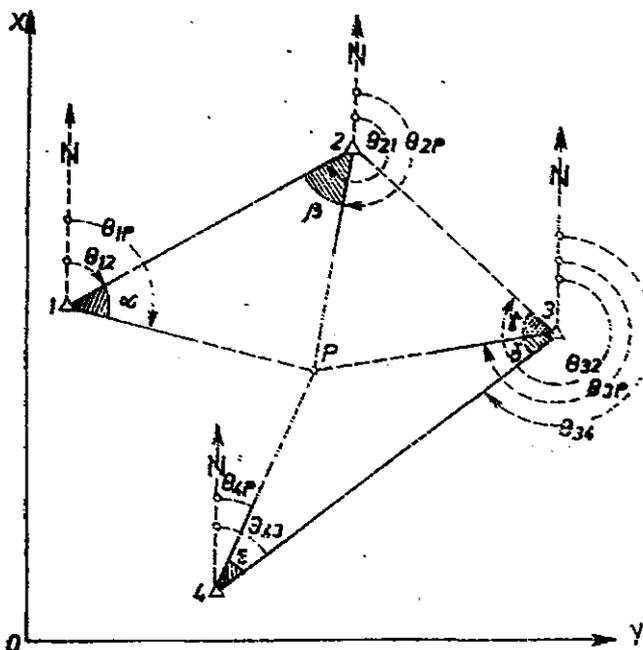


Fig. 3.25. Intersecția înainte.

ale acestui punct necesită lucrări specifice pentru obținerea orientărilor θ , calcule, inclusiv verificări.

Pe teren se staționează cu teodolitul în cel puțin 4 puncte vechi (1,2,3,4) și se duc vize orientate spre punctul nou P (fig. 3.25): se vizează în primul rând la puncte cunoscute, (unul sau mai multe), ca direcții de referință și apoi la punctul nou de determinat (§ 1.04). Spre exemplu, în punctul 1 s-a vizat mai întâi la 2 și apoi spre P . Din diferența citirilor rezultă unghiul α . În mod similar se măsoară unghiurile $\beta, \gamma, \delta, \epsilon$ etc. (fig. 3.25).

Prin calcule preliminare se obțin orientările vizelor. Dacă, spre exemplu, în punctele cunoscute se iau în considerare, din unghiurile măsurate pe teren, numai cele hașurate ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$), orientările vizelor rezultă (fig.3.26),

$$\theta_{1P} = \theta_{12} + \alpha; \quad \theta_{2P} = \theta_{21} - \beta; \quad \theta_{3P} = \theta_{34} + \delta; \quad \theta_{4P} = \theta_{43} - \epsilon. \quad (3.8)$$

Orientările între punctele vechi (θ_{12}, θ_{23} etc.) se calculează din coordonate cu relațiile (1.16) (§ 1.15).

Calculul propriu-zis al intersecției, respectiv al coordonatelor x și y , se face pe baza relațiilor 3.5 și 3.6 sau 3.7, unde toate elementele sînt cunoscute; organizarea calculului este prezentată în § 3.143. și tabelul 3.2.

Sub aspect topografic, determinarea punctului P prin intersectarea numai a două vize nu poate fi considerată definitivă: lipsește controlul lucrărilor care ar evidenția eventualele erori, determinarea este unilaterală iar încadrarea punctului în rețeaua punctelor vecine este doar parțială. Utilizarea celei de a doua relații din grupul (3.6) sau (3.7) este doar un control de calcul și nu al elementelor măsurate. Întrucît spre punctele noi converg mai multe vize, pentru o determinare corectă se au în vedere următoarele:

— un punct nou se va calcula din patru direcții independente, respectiv din două combinații, spre exemplu $1P$ cu $2P$ și $3P$ cu $4P$ (fig. 3.25 și tabelul 3.2). Din cauza erorilor de măsurare a unghiurilor, și a erorilor de determinare a punctelor vechi, ce afectează orientările θ vor rezulta diferențe între cele două rînduri de coordonate. Dacă acestea sînt inferioare toleranței, considerată la noi de 30 cm, se va face media lor (tabelul 3.2), ce reprezintă oricum o valoare mai bună și o încadrare a punctului nou între cele din jur;

— din ansamblul direcțiilor ce converg spre un punct nou, se aleg două perechi de vize independente, ce se intersectează sub unghi cit mai apropiat de 100° , preferîndu-se vizele scurte (§ 3.18). Față de aceste condiții ideale se admit și unghiuri de intersecție cuprinse între $40^\circ - 160^\circ$ și numai trei direcții cînd, în combinații, poate fi prinsă o viză comună;

— orientarea vizelor se poate și trebuie să se facă după mai multe direcții și nu numai după una singură, atât pentru control cit și pentru diminuarea erorilor. Vizele de orientare lungi, fiind mai sigure, sînt de preferat și ca atare, pot avea pondere mai mare decît cele scurte (§ 3.18).

3.142. ORIENTAREA AUTOMATĂ A VIZELOR

Pe teren, într-un punct vechi S , spre exemplu, se iau de obicei două sau mai multe vize de orientare, respectiv se vizează spre mai multe puncte vechi, A, B, C , (fig. 3.26). Orientarea vizei SP , spre punctul nou, se poate obține în funcție de fiecare direcție cunoscută :

$$\theta_{SP}^A = \theta_{SA} + \alpha; \theta_{SP}^B = \theta_{SB} + \beta; \theta_{SP}^C = \theta_{SC} - \gamma. \quad (3.9)$$

Dacă valorile sînt apropiate, în limitele toleranțelor, se calculează firește media lor aritmetică sau chiar ponderată (§ 3.141). Procedul, deși corect, este greoi; din acest motiv orientarea vizelor se face, pe aceeași bază teoretică dar, pe o cale mult mai rapidă.

Presupunem că s-a staționat într-un punct vechi S de unde s-au vizat trei puncte noi (1, 2, 3) și trei puncte vechi (A, B, C); de obicei, gradația zero a limbului s-a dus pe o direcție întimplătoare, de orientare θ_0 (fig. 3.27). Se constată că orientarea oricărei direcții, noi sau vechi, se obține dacă la valoarea θ_0 se adaugă citirile pe limb spre aceste direcții, respectiv unghiurile $\alpha_A, \alpha_1 \dots \alpha_n$ (fig. 3.27), adică :

$$\theta_{SA} = \theta_0 + \alpha_A; \theta_{S1} = \theta_0 + \alpha_1; \theta_{S2} = \theta_0 + \alpha_2 \dots \text{etc.} \quad (3.10)$$

Unghiul θ_0 nu poate fi măsurat direct dar poate fi dedus ca diferență dintre orientările spre punctele vechi SA, SB, SC , calculate din coordonatele și citirile la limb spre direcțiile respective adică :

$$\theta_0^A = \theta_{SA} - \alpha_A; \theta_0^B = \theta_{SB} - \alpha_B; \theta_0^C = \theta_{SC} - \alpha_C \quad (3.11)$$

În mod firesc cele trei valori sînt apropiate $\theta_0^A \approx \theta_0^B \approx \theta_0^C$. Dacă diferențele sînt tolerabile, θ_0 se calculează ca medie aritmetică, eventual ca medie ponderată, cu ponderi acordate proporțional cu lungimea vizei.

Orientarea direcțiilor spre punctele noi $\theta_{S1}, \theta_{S2}, \theta_{S3}$ se face automat prin simpla însumare a lui θ_0 cu citirile la limb $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ (fig. 3.27) adică :

$$\theta_{S1} = \theta_0 + \alpha_1; \theta_{S2} = \theta_0 + \alpha_2; \theta_{S3} = \theta_0 + \alpha_3 \quad (3.12)$$

Calculul este simplu, de mare randament și se desfășoară automat pe formulare tip (tabelul 3.1).

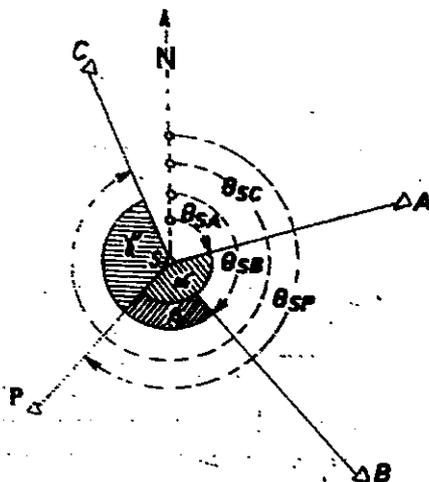


Fig. 3.26. Orientarea vizelor.

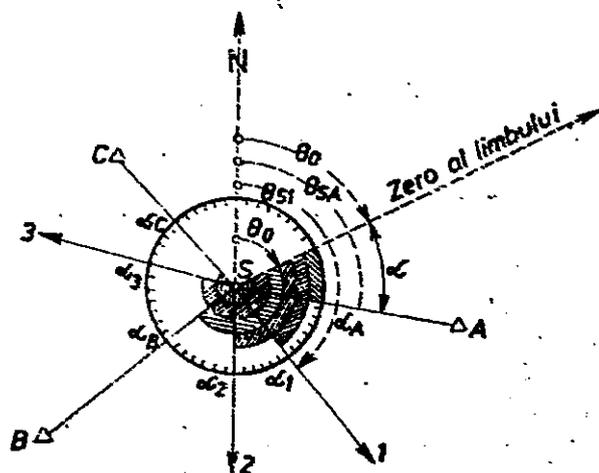


Fig. 3.27. Orientarea automată a vizelor.

Calculul orientărilor pentru intersecții

Stația	Vize	Vize compensate în stație			Unghi de orientare			Direcții orientate				Schiza
								pt. intersecții		din coordonate		
								g	c		cc	
1	2	3			4 = 5-3			5 = $\theta_0^m + 3$			6	7
		g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	cc	
S	R	00	00	00	—	—	—	—	—	—	—	Fig. 3.27.
	A	44	22	31	58	94	13	103	16	—	44	
	1	89	15	73	58	94	18	148	09	91	—	
	2	135	22	04	58	94	18	194	16	22	—	
	B	196	88	24	58	94	32	255	82	—	56	
	3	251	02	80	58	94	18	309	96	98	—	
	C	294	83	65	58	94	09	353	77	—	74	

$$\theta_0^m = 58^\circ 94' 18''$$

Tabelul 3.2

Intersecție înalță

Formule de calcul (sistem de proiecție stereografic 70)

$$x = \frac{y_2 - y_1 + x_1 \cdot \text{tg } \theta_1 - x_2 \cdot \text{tg } \theta_2}{\text{tg } \theta_1 - \text{tg } \theta_2}$$

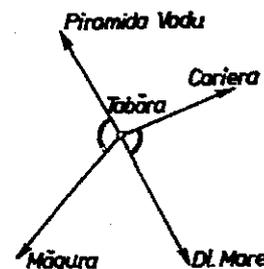
$$y = (x - x_1) \cdot \text{tg } \theta_1 + y_1$$

$$y = (x - x_2) \cdot \text{tg } \theta_2 + y_2$$

$$y = \frac{x_2 - x_1 + y_1 \text{ctg } \theta_1 - y_2 \text{ctg } \theta_2}{\text{ctg } \theta_1 - \text{ctg } \theta_2}$$

$$x = (y - y_1) \cdot \text{ctg } \theta_1 + x_1$$

$$x = (y - y_2) \cdot \text{ctg } \theta_2 + x_2$$



Pct.	X	Valoarea naturală	y	Orientare
1	2	3	4	5
(2) Piramida Vadu	6293,05	-0,254586	4961,90	384° · 12' · 97''
Tabăra	4810,42	tg.	5339,36	
(1) Măgura	3398,96	+2,149582	2305,30	272° · 27' · 98''
(2) Costița	2537,49	-0,172832	5732,21	189° · 10' · 48''
Tabăra	4810,49	tg.	5339,33	
(1) Carieră	5258,43	+4,895858	7532,34	87° · 17' · 32''

Coordonate definitive $x = 4810,45 \text{ m}$, $y = 5339,35 \text{ m}$

3.143. CALCULUL INTERSECȚIEI ÎNAINTE

Presupunem, spre exemplu, o situație simplă ca cea din tabelul 3.2, unde s-au ales pentru determinarea punctului „Tabăra” patru vize, în două combinații independente, marcate pe schiță. Coordonatele punctelor vechi sînt date iar orientările vizelor, înscrise în ultima coloană, au fost calculate anterior (§ 3.142). Calculul coordonatelor x și y ale punctului nou „Tabăra”, se poate face, pe baza relațiilor 3.5 și 3.6 sau 3.7, cu mijloace diferite.

Calculatoarele cu program — de tip mijlociu din centrele de calcul, minicalculatoarele de birou sau cele de buzunar —, furnizează coordonatele aproape instantaneu, prin introducerea programului corespunzător și a datelor inițiale (coordoanate, orientări). Operația durează practic atît cît durează înscrierea datelor pe fișele perforate sau în calculator, rezultatele fiind afișate pe imprimantă.

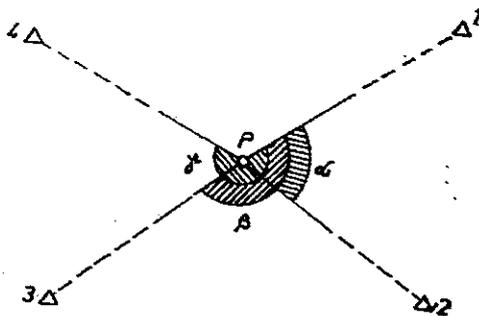
Calculatoarele de buzunar cu funcții trigonometrice permit efectuarea rapidă a operațiilor din relațiile amintite prin organizarea datelor într-un formular (tabelul 3.2). Inițial se înscriu coordonatele punctelor vechi, orientările calculate anterior, valoarea naturală a tangentelor (sau cotangentelor) cu 6 zecimale, furnizate de calculator și se stabilesc punctele 1 și 2 din formulă astfel încît numitorul fracției să rezulte pozitiv. În acest caz și numărătorul va fi pozitiv. Calculele propriu-zise presupun efectuarea succesivă a operațiilor elementare din formule, care se cumulează cu ajutorul memoriei, fără a nota rezultatele parțiale. Drept control, rezultatele din cele două intersecții independente trebuie să se încadreze în toleranța generală de 30 cm, cînd se ia media lor.

3.15. INTERSECȚIA ÎNAPOI

3.150. GENERALITĂȚI

Poziția unui punct în plan se poate determina prin intersecție înapoi dacă se cunosc unghiurile formate de direcțiile spre punctele vechi și coordonatele acestora. Așadar, pe teren se staționează doar în punctul nou P și se măsoară cu teodolitul unghiurile α , β , γ , formate de direcțiile spre cei puțin patru puncte cunoscute (fig. 3.28).

Metoda este avantajoasă sub raportul lucrărilor de teren dar calculele



au constituit în trecut o problemă. Din acest motiv în rezolvarea intersecției înapoi — cunoscută în literatură sub numele de Pothénot sau retrointersecție — s-au căutat mereu soluții și se cunosc mai multe rezolvări.

Fig. 3.28. Intersecția înapoi.

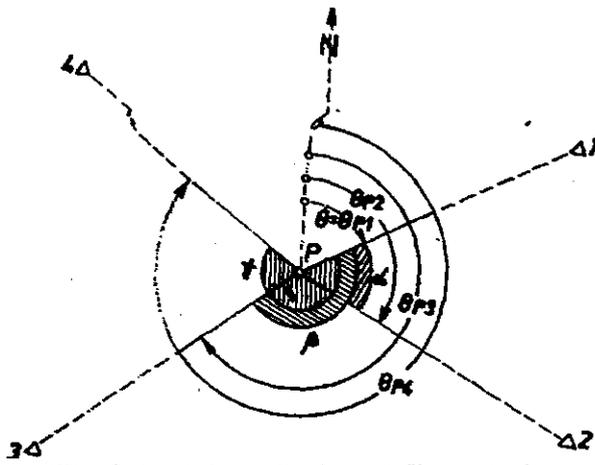


Fig. 3.29. Intersecția înapoi (Delambre).

Conform celor arătate anterior (§ 3.150) considerăm un punct nou P din care s-au vizat patru puncte cunoscute (1, 2, 3, 4) măsurându-se unghiurile α , β , γ , (fig. 3.29). În principiu procedeul Delambre presupune mai întâi orientarea vizelor spre punctul nou și apoi calculul propriu-zis al intersecției.

Pentru simplificare se au în vedere primele trei direcții ale căror ecuații pot fi scrise sub forma (§ 3.140):

$$\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1) \operatorname{tg} \theta_{P1}; & y - y_2 &= (x - x_2) \operatorname{tg} \theta_{P2}; \\ y - y_3 &= (x - x_3) \operatorname{tg} \theta_{P3} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Față de ecuațiile 3.2, stabilite anterior, în locul orientărilor directe θ_{1P} , θ_{2P} , θ_{3P} s-au folosit orientările inverse θ_{P1} , θ_{P2} , θ_{P3} ale căror tangente sînt egale ($\operatorname{tg} \theta_{1P} = \operatorname{tg} \theta_{P1}$).

Întrucît sistemul de ecuații 3.13, nu este compatibil avînd cinci necunoscute (x , y și cele trei orientări) se notează prima orientare cu θ iar celelalte două se exprimă în funcție de aceasta și unghiurile măsurate (fig. 3.27):

$$\theta_{P1} = \theta; \quad \theta_{P2} = \theta + \alpha; \quad \theta_{P3} = \theta + \beta \quad (3.14)$$

Prin înlocuirea orientărilor sistemul de ecuații (3.13) devine:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1) \operatorname{tg} \theta \\ y - y_2 &= (x - x_2) \operatorname{tg} (\theta + \alpha) \\ y - y_3 &= (x - x_3) \operatorname{tg} (\theta + \beta) \end{aligned} \quad (3.15)$$

și se poate rezolva prin substituție. Din cele trei necunoscute este avantajos să se calculeze $\operatorname{tg} \theta$ dată de expresia:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \alpha + (y_1 - y_3) \operatorname{ctg} \beta + x_3 - x_2}{(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \alpha + (x_1 - x_3) \operatorname{ctg} \beta - y_3 + y_2} \quad (3.16)$$

și în final orientarea θ care se introduce în relațiile 3.14, obținînd orientările direcțiilor duse din punctul P .

Se cunosc astfel toate elementele necesare determinării poziției în plan a punctului nou P . Coordonatele x și y ale acestuia se deduc prin intersecția direcțiilor așa cum s-a arătat anterior (§ 3.14).

Privitor la intersecția înapoi sînt de făcut următoarele precizări:

— din combinarea celor trei vize luate în considerare vor rezulta prin intersecție înainte exact aceleași coordonate x și y pentru punctul P ceea ce nu reprezintă decît un control de calcul. Controlul efectiv, al măsurării unghiurilor și al identității punctelor vechi, se face prin introducerea în calcul a celei de a patra vize, a cărei orientare (fig. 3.29) va fi:

$$\theta_{P4} = \theta + \gamma \quad (3.17)$$

3.3. METODA DRUMUIRII

3.30. FUNCȚII. CLASIFICARE

Drumuirile, denumite adesea și poligonații, au rolul de indeseire în continuare a rețelei de sprijin, de ord. V, spre a permite ridicarea efectivă a detaliilor topografice. Dacă punctele rețelei de ord. IV—V trebuie să asigure o densitate omogenă, traseele drumuirilor se dezvoltă prin apropierea detaliilor astfel ca ridicarea lor să fie cât mai precisă și economică. În afara funcției de indeseire drumuirea poate servi la determinarea unei rețele de sprijin independente, în cazul suprafețelor mici (§ 3.54) și chiar la ridicarea unor detalii de formă alungită : șosele, căi ferate, piraie, canale, culmi etc.

Drumuirile sînt de mai multe feluri. Cazul general, ce se prezintă în continuare, îl constituie *drumuirea sprijinită* sau *drumuirea încadrată* între două puncte cunoscute ale rețelei de sprijin. Poziția punctelor de drumuire este definită dacă se măsoară lungimea tuturor laturilor d_1, d_2, \dots, d_n , unghiurile orizontale $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, unghiurile de capăt α și β și dacă se cunosc coordonatele punctelor de plecare și închidere (fig. 3.49).

În afara acestei situații pot apărea și *cazuri particulare de drumuiri* (§ 3.37). Aspecte ale metodei drumuirii se prezintă și la determinarea unei rețele topografice (§ 3.54), la ridicarea detaliilor (§ 3.42), precum și la ridicările tahimetrice (§ 5.110).

Drumuirile sînt de mai multe ordine. Cele desfășurate între punctele rețelei de sprijin (fig. 3.49) sau cele independente, închise pe punctul de plecare (fig. 3.82) se numesc *drumuiri primare*. Dacă traseul se sprijină cel puțin la un capăt pe un punct de drumuire primară, el constituie o *drumuire secundară* etc. (fig. 3.50). Ansamblul acestor drumuiri alcătuit din mai multe poligoane reunite, constituie o *poligonație*.

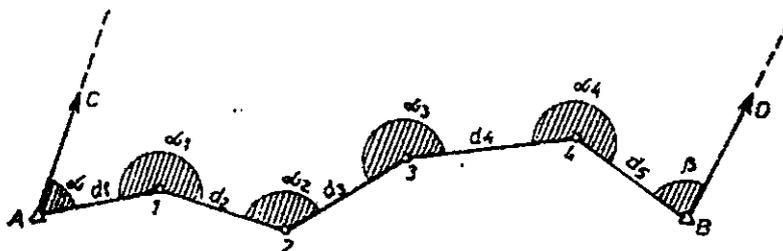


Fig. 3.49. Drumuire sprijinită pe puncte ale rețelei de indeseire.

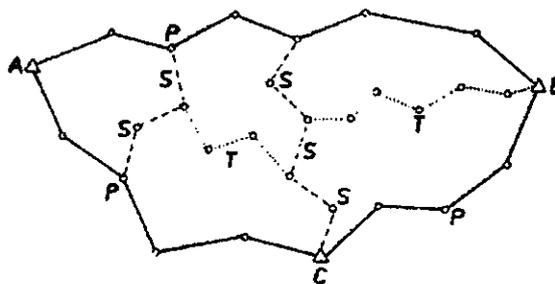


Fig. 3.50. Drumuiri de diferite ordine :
P — primare; S — secundare; T — terțiare.

3.31. PROIECTAREA TRASEELOR ȘI ALEGEREA PUNCTELOR DE DRUMUIRE

Traseele drumurilor se stabilesc pe un plan la scara 1 : 5 000 sau chiar mai mare, pe care s-au amplasat în prealabil punctele rețelei de sprijin ; stațiile se aleg pe teren astfel încît să se asigure precizia necesară și un randament corespunzător. În cazul unei drumuri clasice, în care distanțele se măsoară la panglică, aceste stații se aleg avînd grijă ca :

— în punctele de capăt să existe vize de referință spre a măsura unghiurile α și β necesare orientării drumuirii (fig. 3.51) ;

— între punctele vecine ale drumuirii să existe vizibilitatea necesară măsurării unghiurilor orizontale, iar panta să fie continuă spre a se putea măsura distanțele direct ;

— lungimea desfășurată a drumuirii să nu depășească 2 000 m și în nici un caz 3 000 m, respectiv numărul laturilor să fie mai mic de 30. În caz contrar erorile de măsurare se pot cumula în chip nepermis și pot depăși toleranțele, iar în cazul unor greșeli refacerea traseului implică un mare volum de muncă ;

— lungimea laturilor drumuirii se ia în medie de 100—150 m, dar nu mai mică de 30—50 m și nici mai mare de 250 m. La limită se vor lua măsuri în consecință : centrarea optică riguroasă în stație, vizarea pe cui sau pe fișe, respectiv jalonarea aliniamentelor. Pe cit este posibil laturile vecine trebuie să fie de lungimi apropiate și în nici un caz evident disproporționate ;

— stațiile de drumuire să permită instalarea comodă a aparatului, securitatea lui și a operatorului, evitîndu-se partea carosabilă a drumurilor, rîpele, locurile intens circulate etc. ;

— din punctele de drumuire să poată fi determinate cit mai multe detalii la distanțe mici, iar în ansamblul lor punctele să permită ridicarea tuturor detaliilor de pe suprafața în cauză.

După stabilirea poziției definitive a punctelor de drumuire ele se marchează cu borne de beton, eventual cu țărushi, după importanța lor și durata prevăzută.

3.32. MĂSURAREA ELEMENTELOR DRUMUIRII

Într-o drumuire clasică se măsoară toate unghiurile orizontale, inclusiv cele de capete, lungimea laturilor și unghiurilor verticale.

Unghiurile orizontale se măsoară cu teodolite avînd o precizie minimă de citire $\pm 1^\circ$ respectiv $\pm 30''$. Considerăm o drumuire alcătuită din patru stații, sprijinită pe punctele A și B ale rețelei de îndesire (fig. 3.51). Pentru calculul coordonatelor virfurilor 1, 2, 3, 4 sînt necesare orientările laturilor θ_{A1} , θ_{12} , ... θ_{AB} care se obțin în funcție de unghiurile orizontale α_1 , α_2 , ... α_n , unghiurile de capete α și β și orientările direcțiilor de referință AC și BD , ce se calculează din coordonate. Așadar, pe teren se vor măsura unghiurile α , α_1 , ... α_n , β toate de aceeași parte a drumuirii. În cazul traseului de la A spre B se iau cele de pe partea stîngă deoarece rezultă direct (fig. 3.51) : din punctul A se vizează întii spre punctul cunoscut C și apoi spre punctul 1 obținînd unghiul α ; din punctul 1 vizînd întii spre A și apoi spre 2, rezultă direct unghiul α_1 etc.

Efectiv măsurătorile se fac prin *metoda unghiurilor* schițată anterior și prezentată în detaliu la capitolul 2 (§ 2.21) sau prin *metoda orientărilor*

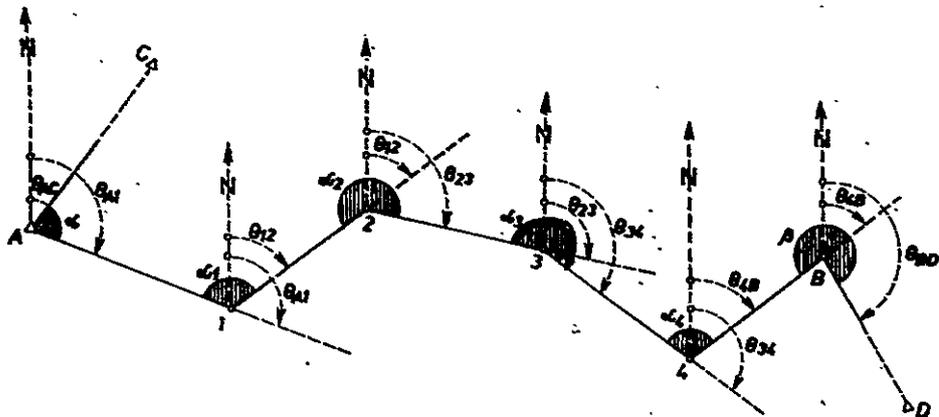


Fig. 3.51. Drumuire primară sprijinită.

directe, când, plecându-se cu orientarea de referință se citesc la limb, din aproape în aproape, direct orientările tuturor laturilor. Procedul, mai productiv, cu un control imediat al închiderii, dar mai pretențios constă din următoarele (fig. 3.51):

— din punctul A se vizează la punctul cunoscut C introducând pe această direcție la limb orientarea θ_{AC} calculată din coordonate. În acest moment zero al limbului este dirijat pe direcția nordului; menținând limbul fix se vizează spre punctul 1 și se citește direct orientarea θ_{A1} a primei laturi. Măsurătorile se controlează cu luneta în poziția a II-a; spre ultima viză A—1 se va citi orientarea 1—A ce se petrece în aparat;

— se instalează teodolitul în punctul 1 și se vizează spre punctul A, folosind numai mișcarea generală. În acest moment în aparat se citește exact orientarea laturii 1—A, zero al limbului fiind dirijat spre nord. Folosind mișcarea particulară se vizează spre punctul 2 când, la limb, se va citi orientarea laturii 1—2. Orientările se verifică prin citiri și cu luneta în poziția II; pe ultima direcție 1—2 în aparat se citește de fapt orientarea 2—1 și se trece în punctul 2.

Operațiile se repetă astfel în fiecare stație. În stația finală B când se vizează spre punctul D, va trebui să se citească orientarea BD, calculată din coordonate, în limitele toleranței. În caz contrar este semn că s-a comis o greșală care, dacă nu poate fi depistată, impune refacerea lucrărilor.

Privitor la măsurarea unghiurilor drumuirii trebuie reținut că indiferent de metoda folosită acestea se măsoară cu luneta în ambele poziții și că, pentru siguranță, se iau nu una ci două sau trei vize de orientare atât la plecare cât și la închidere.

Unghiurile verticale, necesare reducerii distanțelor la orizont, se măsoară dus și întors cu luneta în ambele poziții. În acest scop se vizează la înălțimea aparatului când înclinarea lunetei corespunde cu cea a terenului (§ 2.22).

Distanțele se măsoară direct, cu panglica, dus și întors și se controlează prin citire pe stadie. În prezent lungimea laturilor se măsoară și cu instrumente optice de o precizie mai mică sau comparabilă și cu unde de o precizie comparabilă sau superioară măsurării directe (§ 2.4 § 2.5). Utilizarea lor prezintă avantaje deosebite în special în terenurile accidentate întrucât condiția de pantă continuă nu se mai pune.

3.33. CALCULUL DRUMUIRII COMPENSĂRI

Metoda drumuirii permite calculul coordonatelor x și y ale virfurilor drumuirii, în sistemul de referință al rețelei de îndesire în care este încadrată; se parcurg mai multe etape.

Calcululele preliminare presupun efectuarea mediei mărimilor măsurate de mai multe ori: unghiuri orizontale, unghiuri verticale, distanțe. În același timp distanțele înclinate se reduc la orizont în raport cu instrumentul folosit: cele măsurate direct sau prin unde cu relația 2.28; $d_i = l_i \cdot \cos \varphi_i$, cele măsurate optic cu relația 2.41: $d_i = l_i \cdot \cos^2 \varphi$ etc. (§ 2).

Calcululele propriu-zise cuprind două faze: calculul și compensarea orientărilor și calculul și compensarea coordonatelor.

Orientările laturilor, necesare la calcul coordonatelor relative se obțin, din aproape în aproape, în funcție de orientarea de referință și unghiurile orizontale măsurate. Din figura 3.51 se observă că:

$$\theta_{A1} = \theta_{AC} + \alpha \quad (3.38)$$

unde θ_{AC} se calculează din coordonate (§ 1.15 relațiile 1.16), iar α s-a măsurat pe teren. În continuare, pentru situația din figura 3.51 orientarea nouă se obține din orientarea precedentă, cunoscută, la care se adaugă (sau se scade) 200° și se adaugă unghiul orizontal α_i măsurat. Așadar:

$$\begin{aligned} \theta_{A1} &= \theta_{AC} + \alpha; & \theta_{34} &= \theta_{23} \pm 200^{\circ} + \alpha_3 \\ \theta_{12} &= \theta_{A1} \pm 200^{\circ} + \alpha_1; & \theta_{4B} &= \theta_{34} \pm 200^{\circ} + \alpha_4 \\ \theta_{23} &= \theta_{12} \pm 200^{\circ} + \alpha_2; & \theta_{BD} &= \theta_{4B} + 200^{\circ} + \beta \end{aligned} \quad (3.39)$$

Drept control orientarea de închidere BD , calculată pe drumuire (θ_{BD}^d), trebuie să fie apropiată de orientarea de referință dedusă din coordonate (θ_{BD}^c). Diferențele dintre aceste valori:

$$e = \theta_{BD}^d - \theta_{BD}^c \quad (3.40)$$

reprezintă eroarea de închidere azimutală a drumuirii, provocată în principal de erorile de măsurare a unghiurilor, care trebuie să fie inferioară toleranței.

De obicei pentru drumuirile primare se consideră $T = c_n \sqrt{n}$, unde n reprezintă numărul stațiilor, iar c_n — precizia instrumentului folosit. În drumuirile secundare și terțiare se poate lua $T = 2 c_n \sqrt{n}$.

Dacă $e < T$ cele două orientări ale laturii de închidere BD se pun de acord prin compensare repartizând eroarea constatată în mod egal tuturor unghiurilor măsurate; înseamnă că orientările se vor coreja progresiv, înmulțind eroarea unitară (e/n) cu numărul de ordine al laturii. Corecțiile vor fi așadar:

$$c_1 = -e/n; c_2 = -2e/n; c_3 = -3e/n \dots c_n = -ne/n = -e \quad (3.41)$$

Coordonatele punctelor de drumuire se obțin în funcție de orientările compensate, distanțele reduse la orizont și coordonatele punctelor de sprijin. În principiu, coordonatele absolute ale primului punct (x_1, y_1) se obțin din cele ale punctului $A(x_A, y_A)$ la care se adaugă creșterile, respectiv

coordonatele relative Δx_1 și Δy_1 ; coordonatele punctului 2 din cele ale punctului 1 și relativele corespunzătoare etc. (fig. 3.52) adică :

$$\begin{aligned} x_1 &= x_A + \Delta x_1 & y_1 &= y_A + \Delta y_1 \\ x_2 &= x_1 + \Delta x_2 & y_2 &= y_1 + \Delta y_2 \\ x_B &= x_2 + \Delta x_3 & y_B &= y_2 + \Delta y_3 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Creșterile Δx și Δy se calculează cu relațiile (1.15), pentru laturile drumuirii rezultând :

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= d_1 \cdot \cos \theta_1 & \Delta y_1 &= d_1 \sin \theta_1 \\ \Delta x_2 &= d_2 \cdot \cos \theta_2 & \Delta y_2 &= d_2 \sin \theta_2 \\ \Delta x_3 &= d_3 \cdot \cos \theta_3 & \Delta y_3 &= d_3 \sin \theta_3 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Drept control, coordonatele punctului B , calculate pe drumuire plecând de la punctul 1, trebuie să corespundă, în limitele unor toleranțe, cu cele cunoscute ale acestui punct. Unele nepotriviri sînt firești fiind provocate de erorile, inevitabile și ele, de măsurare a distanțelor și a unghiurilor.

Controlul efectiv al închiderii pe coordonate, ce verifică măsurarea distanțelor și calculul relativelor, se face asupra coordonatelor relative: suma lor algebrică ar trebui să fie egală cu diferența dintre coordonatele punctelor de sprijin (fig. 3.52) :

$$\Sigma \Delta x = x_B - x_A \text{ respectiv } \Sigma \Delta y = y_B - y_A \quad (3.44)$$

Erorile, parțiale, de închidere pe x și pe y vor fi :

$$e_x = \Sigma \Delta x - (x_B - x_A) \text{ și } e_y = \Sigma \Delta y - (y_B - y_A) \quad (3.45)$$

iar eroarea totală calculată conform § 1.330.

$$e_t = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad (3.46)$$

trebuie să se încadreze în toleranțele prevăzute de instrucțiuni.

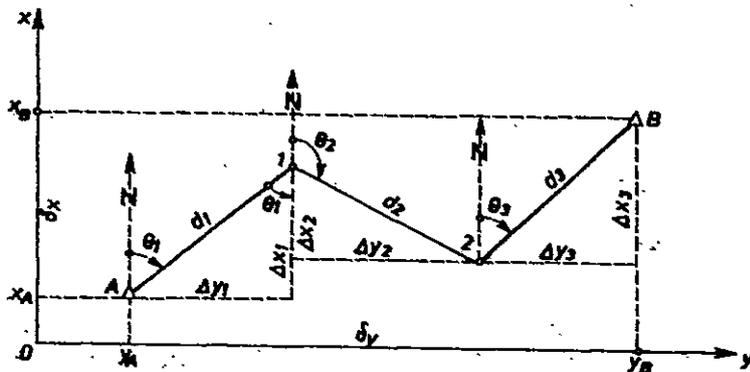


Fig. 3.52. Calculul coordonatelor punctelor de drumuire.

Presupunind condiția de închidere îndeplinită ($e_i < T$), erorile e_x și e_y se compensează, respectiv se repartizează coordonatelor relative proporțional cu lungimea laturilor. Se calculează mai întâi eroarea unitară (c_x, c_y) prin împărțirea erorilor pe x și pe y la lungimea desfășurată a drumuirii:

$$c_x = -e_x/\Sigma d = e_x/D \text{ respectiv } c_y = -e_y/\Sigma d = e_y/D \quad (3.47)$$

Corecțiile de adus relativelor unei laturi oarecare (i) vor fi:

$$C_{\Delta x_i} = c_x \cdot d_i \text{ și } C_{\Delta y_i} = c_y \cdot d_i \quad (3.48)$$

respectiv pentru cazul din figura 3.52:

$$\begin{aligned} C_{\Delta x_1} &= c_x \cdot d_1; C_{\Delta x_2} = c_x \cdot d_2 \dots \text{etc.} \\ C_{\Delta y_1} &= c_y \cdot d_1; C_{\Delta y_2} = c_y \cdot d_2 \dots \text{etc.} \end{aligned} \quad (3.49)$$

După compensare condiția 3.44 trebuie satisfăcută riguros.

Coordonatele absolute, definitive, ale virfurilor drumuirii se calculează prin cumul, plecînd de la primul punct cunoscut:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_A + \Delta x_1^c; x_2 = x_1 + \Delta x_2^c; x_B = x_2 + \Delta x_3^c \\ y_1 &= y_A + \Delta y_1^c; y_2 = y_1 + \Delta y_2^c; y_B = y_2 + \Delta y_3^c \end{aligned} \quad (3.50)$$

În acest caz relativele fiind compensate, se ajunge exact la valoarea coordonatelor cunoscute ale punctului de închidere B .

3.34. CALCULUL EFECTIV AL DRUMUIRILOR

În ansamblul lor, calculele privitoare la drumuri se pot executa practic cu diferite mijloace.

Calculatoarele electronice sînt firește mai rapide și mai economice. Calculatoarele de buzunar sau de birou cu funcții trigonometrice permit calculul succesiv al orientărilor, al coordonatelor relative, al corecțiilor etc. Calculatoarele cu program, indiferent de tip, efectuează ansamblul calculelor pe baza programului corespunzător și al datelor inițiale (distanțe și unghiuri verticale și orizontale măsurate, coordonatele punctelor de sprijin A, B, C, D și toleranțele de închidere).

Cu mașina de calculat și tabele naturale calculele se execută pe etape (§ 3.33) așa cum este exemplificat în tabelul 3.8. Tabelele de coordonate (§ 1.201) pot suplini orice alt mijloc de calcul. Ele permit reducerea distanțelor la orizont și calculul coordonatelor relative numai prin efectuarea unor simple adunări. Nomogramele (§ 1.23) și rigla de calcul sînt folosite doar pentru controlul aproximativ al calculelor.

3.35. CĂUTAREA GREȘELILOR ÎN DRUMUIRI

În ansamblul lucrărilor unei drumuri pot interveni greșeli fie în teren, fie în calcule. Dacă la măsurarea unghiurilor sau distanțelor s-a produs o singură greșală, aceasta poate fi descoperită la birou. În acest caz refacerea vizează doar mărimea în cauză și nu întregul traseu.

Calculul unei drumuri clasice

Latura	Distanța măsurată stație	Unghiul din boală	Orientări date sau corecții definitive	cos θ sin θ	Tip Distanța reducă	Coordonate relative		Coordonate absolute		Punct	Schia
						Δx	Δy	X	Y		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2-3			385.04.20					2107.34	1576.19	2	
2-101	123.47	3.57.00	74.16.93	0.984647	0.036136	+48.65	113.27				
	133.60		74.17.34	0.918832	123.28	-05	+09	2155.94	1689.55	101	
101-102	94.12	4.12.60	126.83.14	-0.402216	0.064902	+48.60	113.35				
	94.20		+82	+0.912437	93.92	-36.43	+85.70	2117.47	1775.32	102	
102-103	48.54	12.51.20	126.83.96	-0.985481	0.199108	-38.47	+85.77				
	48.80		189.12.63	+0.169784	47.61	+8.08	0	2070.50	1783.40	103	
103-104	87.93	8.14.30	189.13.86	-0.966728	0.128612	-46.97	+8.08				
	88.10		216.45.18	-0.255807	85.22	-22.06	+01	1987.06	1761.35	104	
104-7	105.26	5.23.10	216.46.82	-0.633544	0.082354	-09	-22.05				
	105.40		143.68.06	+0.773701	104.90	-06.46	+81.16	1920.53	1842.58	7	
7-5			143.70.11			-07	+81.23				
			112.81.42			-66.53					
			+2.46								
			112.83.88								

Eroarea de închidere pe orientări:

$\beta_{7-5}^d = 112^\circ \cdot 81' \cdot 42''$
 $\beta_{7-5}^e = 112^\circ \cdot 83' \cdot 88''$
 $\epsilon_1 = \beta_{7-5}^d - \beta_{7-5}^e = -2' \cdot 46''$
 $T_1 = 1'50'' \sqrt{n} = 1'50'' \sqrt{6} = 3'' \cdot 68''$
 $\epsilon_1 < T_1$
 Corecția = $-(-2' \cdot 46'') : 6 = +41''$

$D = 475,65$

$\Sigma \Delta x = -186,51 \text{ m}$ $\Sigma x_{2-7} = x_7 - x_2 = 186,91 \text{ m}$
 $\epsilon_x = \Sigma \Delta x - \delta x = +0,30 \text{ m}$
 $\Sigma \Delta y = +266,15 \text{ m}$ $\Sigma y_{2-7} = y_7 - y_2 = 266,39 \text{ m}$
 $\epsilon_y = \Sigma \Delta y - \delta y = -0,24 \text{ m}$
 $\epsilon_2 = \sqrt{\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2} = 0,38 \text{ m}$
 $T_2 = 0,0045 \sqrt{D} + \frac{3 \cdot D}{5200} = 0,35 \text{ m}$
 Panta fiind puțină la 10 %, toleranța devine
 $T_2 = 0,44 \text{ m}$ Așadar $\epsilon_2 < T_2$

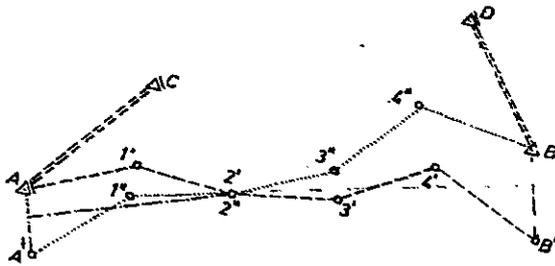


Fig. 3.53. Depistarea unei greșeli de unghi în drumuri.

Greșeala de măsurare a unui unghi se constată la închiderea pe orientări. Pentru depistarea ei se raportează drumuirea în ambele sensuri (fig. 3.53): de la A spre B (linie întreruptă) când se ajunge evident în B' , dar și din B spre A (linie punctată) când se ajunge în A' . Greșeala s-a comis în punctul (2), comun celor două trasee. Dacă se calculează coordonatele drumuirii în cele două sensuri pentru punctul unde s-a greșit (2), vor rezulta valori apropiate, practic aceleași. În sfârșit, dacă la jumătatea segmentelor AA' sau BB' se ridică o perpendiculară, ea va întâlni stația (2) în care s-a comis greșeala (fig. 3.53).

Greșeala de măsurare a unei distanțe va avea drept efect, la raportarea drumuirii, deplasarea punctului de închidere B în B' (fig. 3.54). Pentru depistarea greșelii se calculează coordonatele drumuirii și apoi orientarea BB' din coordonate; latură măsurată greșit are orientarea egală sau apropiată cu orientarea segmentului BB' (în cazul figurii 3.54, latura 1-2). Dacă drumuirea se calculează în două sensuri, latura greșit măsurată are aceeași orientare sau dacă se raportează dus și întors reprezentările acestea sînt paralele.

Greșelile de calcul cele mai frecvente apar în cazul coordonatelor relative Δx și Δy , la care se pot inversa între ele atât semnele cît și valorile în mărime absolută. Astfel de greșeli se identifică folosind un grafic cu cercul topografic suprapus peste axele de coordonate și împărțit în octanți (fig. 3.55). Cunoscuți orientarea laturii, se controlează semnul relativelor, în funcție de cadran, și mărimea lor prin comparație, în funcție de octant. Spre exemplu, pentru o orientare $\theta = 130^\circ$ relativă Δx va fi negativă și mai mică în mărime absolută decît relativă Δy , care este pozitivă (fig. 3.55).

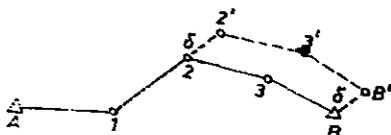


Fig. 3.54. Depistarea unei greșeli de distanță în drumuri.

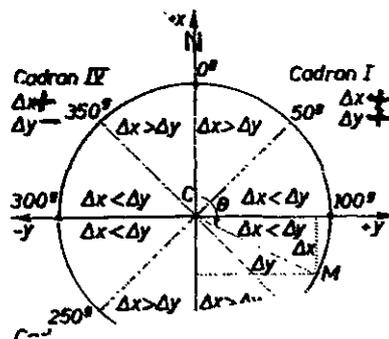


Fig. 3.55. Grafic de

Ca regulă, o neînchidere ce depășește toleranța se verifică atent sub raportul calculelor iar dacă greșeala persistă se încearcă unul din procedeele descrise mai sus. Numai în ultima instanță se trece la refacerea integrală a lucrărilor.

3.36. PRECIZIA DRUMIRILOR

Eroarea totală sau închiderea pe coordonate, într-o drumuire, reflectă în esență erorile de măsurare a unghiurilor și distanțelor precum și erorile de determinare a poziției punctelor de sprijin. Primele două, care formează obiectul calculului, pot fi evidențiate dacă se consideră o drumuire dreaptă de la A la B , de lungime totală D , cu n laturi de mărimi egale d , adică $D = n \cdot d$. Erorile de măsurare a unghiurilor vor avea în acest caz un efect transversal TT' pe când cele ce însoțesc măsurarea distanțelor vor da un efect longitudinal LL' (fig. 3.56).

Erorile maxime admisibile de unghiuri și de distanțe, reprezentate prin segmentele TT' și LL' , se pot calcula, iar prin cele patru puncte, se poate trasa o elipsă de toleranță. Dacă punctul de închidere B' , calculat pe drumuire, se găsește în interiorul acestei elipse eroarea de poziție BB' se consideră tolerabilă și deci lucrările pot fi acceptate (fig. 3.57).

3.360. EVALUAREA EROILOR UNGHIULARE

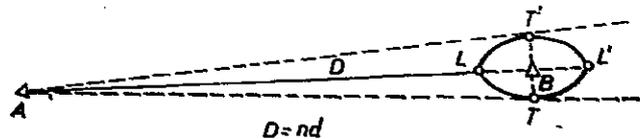
Dacă se notează cu $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_n$, orientările laturilor drumuirii, cu θ orientarea vizei de referință, cu $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$ unghiurile orizontale, orientările laturilor vor fi, conform relațiilor 3.39 :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta + \alpha_1 - 200^\circ \\ \theta_2 &= \theta + \alpha_1 + \alpha_2 - 2 \cdot 200^\circ \\ &\dots \dots \dots \\ \theta_n &= \theta + \alpha_1 + \alpha_2 \dots \alpha_n - n \cdot 200^\circ \end{aligned} \quad (3.51)$$

Considerind că erorile săvârșite la măsurarea unghiurilor $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_n$ sînt respectiv $e_1, e_2, \dots e_n$, orientările, la rîndul lor, vor fi eronate cu $\delta_1, \delta_2, \dots \delta_n$. Relațiile 3.51 devin :

$$\begin{aligned} \theta_1 + \delta_1 &= \theta + \alpha_1 + e_1 - 200^\circ \\ \theta_2 + \delta_2 &= \theta + \alpha_1 + e_1 + \alpha_2 + e_2 - 2 \cdot 200^\circ \\ &\dots \dots \dots \\ \theta_n + \delta_n &= \theta + \alpha_1 + e_1 + \alpha_2 + e_2 + \dots + \alpha_n + e_n - n \cdot 200^\circ \end{aligned} \quad (3.52)$$

Fig. 3.56. Abateră transversală și longitudinală într-o drumuire.



și scăzute din relațiile 3.52 rezultă :

$$\delta_1 = e_1; \delta_2 = e_1 + e_2; \dots \delta_n = e_1 + e_2 + \dots + e_n \quad (3.53)$$

Abscisa punctului final se obține însumind la abscisa punctului de plecare coordonatele relative conform relațiilor 3.42

$$y_n = y_1 + d \sin \theta_1 + d \sin \theta_2 + \dots + d \sin \theta_n \quad (3.54)$$

iar abaterea corespunzătoare pe abscisă va rezulta luând în considerare erorile δ ale orientărilor :

$$y_n + u = y_1 + d \sin (\theta_1 + \delta_1) + d \sin (\theta_2 + \delta_2) + \dots + d \sin (\theta_n + \delta_n) \quad (3.55)$$

Prin dezvoltarea sinusului după Taylor și grupind termenii se obține :

$$y_n + u = y_1 + d \sin \theta_1 + d \sin \theta_2 + \dots + d \sin \theta_n + d\delta_1 \cos \theta_1 + d\delta_2 \cos \theta_2 + \dots + d\delta_n \cos \theta_n \quad (3.56)$$

Eroarea u rezultă din diferența relațiilor 3.56 și 3.54 :

$$u = d(\delta_1 \cos \theta_1 + \delta_2 \cos \theta_2 + \dots + \delta_n \cos \theta_n) \quad (3.57)$$

Dacă drumuirea este dirijată în lungul axei x , orientările sînt apropiate de 0° și deci cosinusul tinde către unitate, așadar :

$$u = d(\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n) \quad (3.58)$$

relație ce exprimă de fapt eroarea e , respectiv abaterea transversală totală.

Dacă se înlocuiesc erorile $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ cu valorile din relația 3.53 și se grupează, vom avea :

$$u = d[e_1 n + e_2(n-1) + e_3(n-2) + \dots + e_n] \quad (3.59)$$

de unde rezultă că unghiurile de la începutul drumuirii trebuie măsurate cu atenție deosebită deoarece eroarea e_1 a primului unghi intervine de n ori pe cînd e_n , a ultimului unghi α_n , intervine o singură dată. Deoarece erorile accidentale e_1, e_2, \dots, e_n nu se cunosc, se înlocuiesc cu eroarea medie $\pm e$; abaterea liniară transversală a punctului final va fi deci tot o eroare medie, care, conform legii adunării erorilor întâmplătoare va fi :

$$a^2 = d^2 \frac{e^2}{\rho^2} [n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 2^2 + 1^2] \quad (3.60)$$

unde $\rho = 636\,620^c$. Dacă se scrie suma unei serii de forma :

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \Sigma n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \quad (3.61)$$

și se înlocuiește în relația (3.60), abaterea va fi :

$$a = \pm d \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}} \quad (3.62)$$

și avînd în vedere că $D = n \cdot d$, rezultă :

$$a = \pm D \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{(n+1)(2n+1)}{6n}} \quad (3.63)$$

Dacă n este mare, termenii 1 pot fi neglijați :

$$a = \pm D \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{n}{3}} \quad (3.64)$$

iar dacă drumuirea se compensează pe orientări și n este mare, relația devine :

$$a = \pm D \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{n}{12}} \quad (3.65)$$

Se constată că erorile unghiulare se propagă după o lege defavorabilă: abaterea transversală a crește nu numai cu e și D ei și cu n , adică cu numărul de stații. În consecință pentru aceeași lungime a drumuirii D , se recomandă laturi lungi pentru a rezulta cît mai puține (n mic).

3.361. EVALUAREA ERORILOR DE DISTANȚĂ

Erorile accidentale se propagă după relația cunoscută (1.80) și în locuind $n = D/d$ avem :

$$e_t = e \cdot \sqrt{n}; \quad e_t = (e/\sqrt{d}) \cdot \sqrt{D} = e' \cdot \sqrt{D} \quad (3.66)$$

La rîndul lor erorile sistematice se propagă după relația 1.22

$$e_{st} = e_{sn} \cdot n; \quad e_{st} = (e_{sn}/d) \cdot D = e'_{sn} \cdot D \quad (3.67)$$

Eroarea totală de distanță conform (§ 1.70) va fi;

$$e_d = e' \sqrt{D} + e'_{sn} \cdot D. \quad (3.68)$$

3.362. ERORI DE ANSAMBLU MAXIME

Erorile unghiulare și de distanțe, date de relațiile 3.64 și 3.68, permit stabilirea erorilor maxime de poziție, respectiv a toleranțelor de închidere pe coordonate, în cazul drumuirilor. Astfel dacă se înlocuiește eroarea medie e cu precizia instrumentului folosit e_s , abaterea transversală maximă (a_t) și cea longitudinală (a_l) vor fi pentru drumuirile primare :

$$a_t = \pm (D \cdot e_s / \rho) \cdot \sqrt{n/3} \text{ respectiv } a_l = e' \sqrt{D} + e'_{sn} \cdot D \quad (3.69)$$

În mod normal, la drumuirile secundare și terțiare se ia în locul erorii medii e valoarea $2,5 \cdot e_s$.

Pe un grafic la scara 1:10 sau 1:20 se marchează punctul de închidere B , prin care se duce direcția generală AB de orientare θ_{AB} , calculată din coordonate. Perpendicularar pe ea se aplică de o parte și de alta

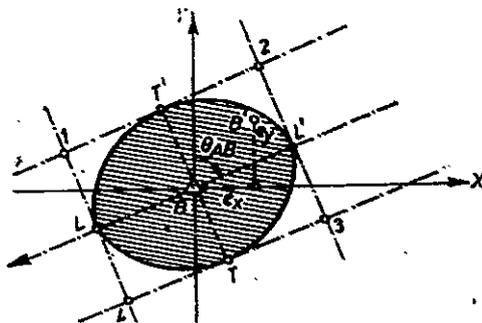


Fig. 3.57. Elipsa de toleranță a neînchiderilor în cazul drumurilor. Intinse

Avînd în vedere că, în ansamblu, intervin numeroase erori ce se propagă defavorabil, efectul lor fiind proporțional cu D sau \sqrt{D} , dar și cu \sqrt{n} , se recomandă ca drumurile să nu fie lungi iar laturile să fie dimpotrivă cît mai lungi, să se lucreze cu aparatură corespunzătoare și cu atenție deosebită.

3.37. CAZURI PARTICULARE DE DRUMUIRI

Față de cazul general, al drumuirii încadrate și cu vize de referință în ambele capete (fig. 3.49) discutat anterior, drumuirile se pot executa și în alte condiții; uneori pot lipsi vizele de orientare (de referință) în unul sau în ambele puncte de sprijin, alteori se urmărește o precizie deosebită etc. În asemenea cazuri apar aspecte specifice în lucrările de teren sau la calcule.

3.370. DRUMUIRI FĂRĂ VIZE DE ORIENTARE (ÎNTR-UNUL SAU ÎN AMBELE PUNCTE DE SPRIJIN)

În terenurile forestiere multe puncte ale rețelei de sprijin sînt determinate prin intersecții înainte pe semnale în arbore (§ 3.170). De obicei, din aceste puncte lipsesc vizele de referință care permit orientarea laturilor drumuirii și verificarea închiderii.

Lucrările de teren sînt în parte simplificate, deoarece în punctul — sau în punctele — de sprijin nu are rost să se mai staționeze cu teodolitul. Elementele drumuirii — unghiurile orizontale, verticale și lungimea laturilor — se măsoară, conform celor arătate anterior (§ 3.32), cu un plus de atenție. Calculele, ce conduc la determinarea coordonatelor plane ale punctelor de drumuire, sînt în funcție de cele două situații întîlnite în practică :

La drumuirea fără vize de orientare într-unul din punctele de sprijin (fig. 3.58) se calculează orientările laturilor, funcție de viza (vizele) de

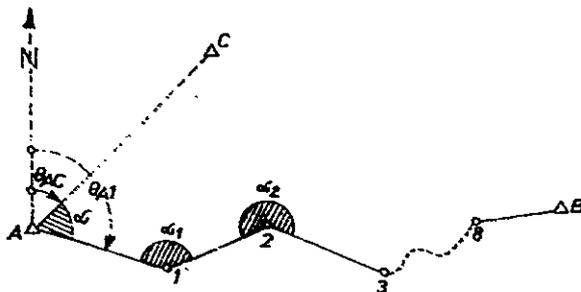


Fig. 3.58. Drumuire fără vize de orientare în unul din punctele de sprijin.

referință existente într-unul din capete, dar nu se poate face controlul închiderii și nici compensarea. În consecință, se calculează coordonatele relative cu orientările necompensate; dacă eroarea de închidere este inferioară toleranței înseamnă că măsurătorile în teren și calculele au fost corect executate. Urmează compensarea coordonatelor relative și calculul coordonatelor absolute (§ 3.33).

În drumuirea fără vize de orientare în ambele puncte de sprijin (fig. 3.59) orientările laturilor se vor calcula în funcție de unghiurile drumuirii și orientarea primei laturi luată arbitrar. Se preferă totuși măsurarea ei, chiar aproximativ, cu o busolă de buzunar. Cu aceste orientări și cu distanțele reduse se calculează coordonatele relative și cele absolute când, în mod firesc, se va ajunge în alt punct B' , în loc de punctul de închidere B (fig. 3.59).

Verificarea și calculul definitiv se bazează pe ideea că, dacă elementele drumuirii au fost corect măsurate, ea este determinată sub raport geometric, dar este rău orientată. În consecință, punctul B' calculat prin drumuire trebuie să se găsească pe cercul de rază AB , dus din punctul A (fig. 3.59); practic vorbind, pentru control, diferența dintre distanțele AB și AB' calculate din coordonate trebuie să fie inferioară toleranței de închidere pe coordonate. În caz afirmativ, se calculează unghiul α , de rotire a drumuirii, ca diferență între orientări deduse din coordonate:

$$\alpha = \theta_{AB} - \theta_{AB'}$$

Cu această valoare se corectează orientările tuturor laturilor drumuirii și se calculează coordonatele relative a căror neînchidere trebuie să se încadreze în toleranțe. Compensarea lor și calculul coordonatelor absolute se face ca la drumuirea clasică (§ 3.33).

■

■ 3.371. DRUMUIRI DE PRECIZIE

Rezultate de performanță în determinarea punctelor de drumuire se obțin atunci când unghiurile și distanțele sînt măsurate cît mai precis. Se știe totodată că precizia este afectată și de erorile de centrare mai ales în cazul drumuirilor cu laturi scurte (§ 2.20). În astfel de situații și întotdeauna cînd se cere o precizie ridicată măsurătorile se execută în condiții speciale.

Distanțele se măsoară cu instrumente perfecționate; fire de invar, prin unde (§ 2.5) sau optice, de precizie superioară (§ 5.100). La măsurarea

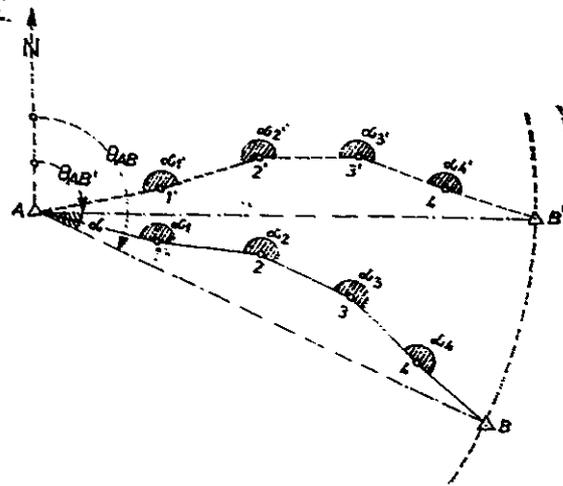


Fig. 3.59. Drumuire fără vize de orientare în punctele de sprijin.

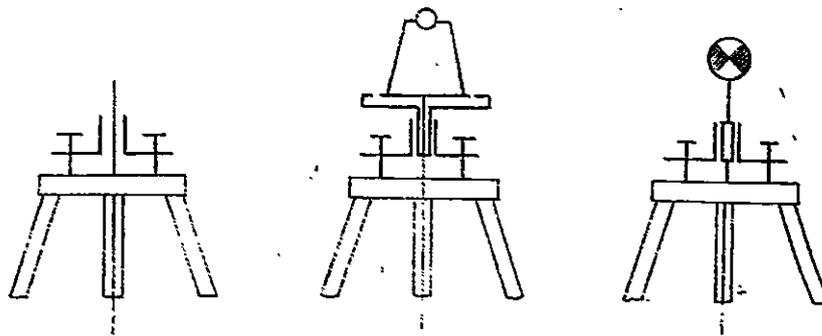


Fig. 3.60. Echipamentul de drumuire cu stație și viză identică.

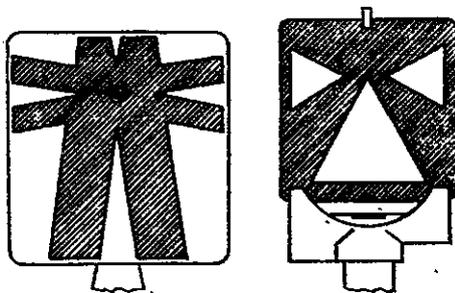


Fig. 3.61. Mire panou de vizare.

unghiurilor se folosesc nu numai teodolite de performanță ci și echipamente speciale care să asigure centrarea riguroasă, la aceeași verticală a punctului, atât a semnalului (jalonului) cât și a teodolitului. Un astfel de echipament cuprinde trei trepiede, trei ambaze, două mire-panou și un teodolit (fig. 3.60). În punctul „stație” se instalează teodolitul, iar în cel „precedent” și „următor” panourile de vizare ce permit o punctare

sigură (fig. 3.61). După efectuarea măsurătorilor teodolitul și panourile se scot de pe ambaze ce rămân pe trepid și se fac următoarele permutări: teodolitul trece în punctul „următor”, mira-panou din „precedent” se mută în „stație”, iar trepidul din „precedent” cu mira din „următor” se instalează în continuare, în punctul din față. Dispozitivul interschimbabil panou-teodolit, asigură astfel identitatea perfectă a punctelor staționate și vizate eliminând practic eroarea de centrare.

3.372. DRUMUIRI CU PUNCTE NODALE

Când rețeaua de îndesire nu este suficient de densă și nu există posibilități avantajoase de îndesire prin intersecții apar drumuri cu trasee lungi și deci pericolul ca erorile să se cumuleze în mod nefavorabil. În

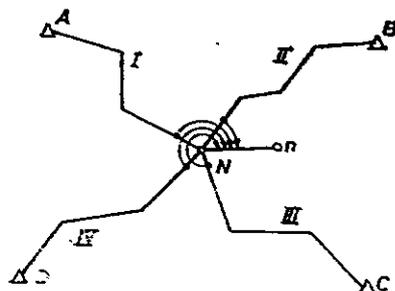


Fig. 3.62. Drumuire cu punct nodal.

asemenea situații punctele de întâlnire a unor trasee de drumuire, denumite puncte nodale, se pot determina cu precizie superioară și pot suplini punctele de intersecție. În cazul figurii 3.62 punctul N , comun traseelor AC și BD se poate calcula ca punct nodal.

Lucrările din teren sînt asemănătoare cu cele descrise la drumuirea clasică (§ 3.32). În plus, din punctul N se vizează spre un reper n (un țărș) situat la

50 — 80 m distanță. Calculele se desfășoară astfel încît se consideră nu două, ci patru trasee de drumuire independente, ce pleacă din punctele *A*, *B*, *C* și *D* și se închid pe punctul *N* (fig. 3.62). Pe aceste trasee se calculează orientările și se obțin patru valori pentru direcția *Nn*; dacă se încadrează în toleranță se calculează media ponderată :

$$\theta_N = \frac{\theta_1 p_1 + \theta_2 p_2 + \theta_3 p_3 + \theta_4 p_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4} \quad (3.70)$$

ponderile *p* acordîndu-se invers proporțional cu lungimea traseului sau a numărului de stații :

$$p_i = 1/D_i \text{ sau } p_i = 1/n_i \quad (3.71)$$

Într-adevăr, plecînd de la expresia generală a ponderii K/e_m^2 (§ 1.321) și considerînd eroarea medie de măsurare a unghiurilor *e*, eroarea medie de orientare a ultimei laturi (*n*) va fi $e_m = e \sqrt{n}$ și deci ponderea $p = K/e_m^2 = K/e^2 \cdot n$.

Deoarece toate unghiurile se măsoară cu același instrument, se poate considera $K = e^2$, astfel că $p_i = 1/n_i = 1/D_i$.

Pe valoarea calculată cu relația 3.70, se verifică închiderile și se compensează orientările de pe fiecare traseu. În continuare, se calculează coordonatele punctelor de drumuire pe traseele *AN*, *BN*, *CN*, *DN*, pentru punctul *N* rezultînd patru rînduri de coordonate absolute. În cazul unor valori apropiate (tolerabile) se calculează media lor ponderată, ponderile stabilindu-se cu relațiile 3.71, ceea ce conduce la același rezultat ca și în cazul valorii unitare (tabelul 3.9).

Precizia determinării punctului *N* fiind superioară celor de drumuire, poate servi ca punct de închidere pentru calculul definitiv al traseelor ce converg spre el. În exemplul din tabelul 3.9 ponderile s-au stabilit pe fiecare traversă, în funcție de numărul de stații la orientări și în raport cu lungimea la coordonate. Calculul efectiv s-a făcut cu relația 3.70, în care ponderile s-au acordat proporțional cu numărul de stații, respectiv cu lungimea totală, pe cele patru trasee.

3.373. DRUMURI POLIGONOMETRICE ȘI PARALACTICE

Cînd punctele de sprijin sînt depărtate și nu se pot indesi economic prin intersecții, drumuirile au trasee lungi de 5, 10 sau chiar peste 20 km, cu laturi de cîteva sute de metri pînă la 2 km. Astfel de drumuri, cu trasee și laturi lungi, se desfășoară după principiile drumuirii clasice cunoscute (§ 3.3); ele pot fi sprijinite sau închise pe punctul de plecare, se măsoară aceleași elemente (unghiuri și distanțe), iar compensarea se poate face empiric, semiriguros sau riguros. Unghiurile se măsoară cu teodolite de precizie dar, după modul de măsurare a distanțelor, se disting drumuri poligonometrice și drumuri paralactice.

În drumuirile poligonometrice, elementele se măsoară cu precizie, folosînd același instrument (teodolite electrooptice) sau instrumente diferite: teodolite de tip T2, firul de invar, prin unde.

Calculul coordonatelor plane ale

CONTROLUL ÎNCHIDERII PE ORIENTĂRI											
Nr. crt.	Traversa de drumuire	Nr. stații	Ponderea $p_i = \frac{\sum n_i}{n_i}$	Orientarea nodală brută (θ_{ti})			Orientarea medie ponderea direcției nodale (θ_{mp})			Eroare (e_θ)	Toleranță (T θ)
				g	c	cc	g	c	cc		
1	2	3	4	5			6 = 4 x 5			8	9
1	A - N	11	4,455	236.91.77			408.84			- 83	495
2	B - N	12	4,083	236.93.33			381.07			+ 73	519
3	C - N	14	3,500	236.91.46			330.11			- 114	561
4	D - N	12	4,083	236.93.75			382.78			- 115	519
		49	16,121				1492.80				

n_i - numărul stațiilor pe traversă

n - numărul total al stațiilor (49)

$$T_\theta = 1^{\circ}50^{\prime}00''/\sqrt{n_i}$$

$$T_D = 0.0045\sqrt{D_i} + 3 D_i/5 200$$

$$\theta_{mp} = \frac{\theta_1 p_1 + \theta_2 p_2 + \dots + \theta_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{\sum \theta_i p_i}{\sum p_i}$$

La drumurile paralactice, în cazul cel mai general, pe latura de drumuire AB de măsurat se alege perpendicular și cât mai la mijlocul ei baza auxiliară $b = MN$. Lungimea laturii $AB = D = d_A + d_B$ rezultă în funcție de baza b măsurată direct și unghiurile paralactice $\alpha_A, \beta_A, \alpha_B, \beta_B$ (fig. 3.63 a). În triunghiul AMN se poate scrie:

$$AM/b = \sin [100^\circ - (\alpha_A - \beta_A)]/\sin \alpha_A \text{ sau}$$

$$AM = b \cdot \cos(\alpha_A - \beta_A)/\sin \alpha_A \quad (3.72)$$

Latura d_A este proiecția laturii AM pe direcția AB deci:

$$d_A = AM \cdot \cos \beta_A = b \cdot \cos(\alpha_A - \beta_A) \cdot \cos \beta_A/\sin \alpha_A \quad (3.73)$$

În mod analog se determină și d_B și, în final, latura AB , prin însumare cu d_A

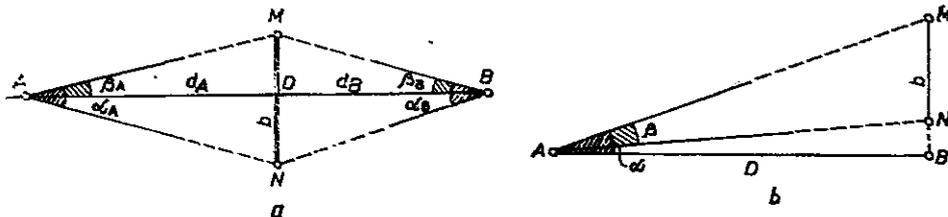


Fig. 3.63. Măsurarea paralactică a distanțelor.
a - cazul general; b - cazul bazei de capăt.

unui punct nodal

CONTROLUL INCHIDERII PE COORDONATE

Lungimea traversei (D_i)	Ponderea $P_i = \frac{D}{D_i}$	Coordonatele provizorii				$x_i P_i$	$y_i P_i$	Eroarea		Eroare totală $\sqrt{e_x^2 + e_y^2}$	Toleranța T_D
		x_i		y_i				e_x	e_y		
		m	cm	m	cm			m	m		
(m)	—	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1 194	4,904	4782	76	5503	50	13,54	17,16	-0,17	+0,04	0,18	0,84
1 419	4,130	4782	96	5503	16	12,23	13,05	+0,03	-0,30	0,30	0,99
1 592	3,683	4783	12	5503	36	11,49	12,38	+0,19	-0,10	0,21	1,10
1 650	3,554	4782	91	5503	85	10,35	13,69	-0,02	+0,37	0,37	1,13
5 855	16,273					47,61	56,28				

D_i = lungimea fiecărei traverse; D = lungimea totală a traverselor (5 855 m)

$$x_N = x_{mp} = \frac{x_1 P_1 + x_2 P_2 + \dots + x_n P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{\sum x_i P_i}{\sum P_i} = \frac{47,61}{16,273} = 4\,782,93 \text{ m}$$

$$y_N = y_{mp} = \frac{y_1 P_1 + y_2 P_2 + \dots + y_n P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{\sum y_i P_i}{\sum P_i} = \frac{56,28}{16,273} = 5\,503,46 \text{ m}$$

Dacă este posibil se folosesc figuri simetrice, adică $\beta_A = \alpha_A/2$ și $\beta_B = \alpha_B/2$, când rezultă:

$$D = \frac{b}{2} (\text{ctg } \alpha_A/2 + \text{ctg } \alpha_B/2) \quad (3.74)$$

Dacă unul din punctele M sau N sint chiar pe latura AB , deci $\beta = 0$, relația 3.74 devine:

$$D = b (\text{ctg } \alpha_A + \text{ctg } \alpha_B) \quad (3.75)$$

și când baza MN este plasată în unul din punctele A sau B (fig. 3.63. b):

$$D = [b \cdot \cos \beta \cos(\alpha - \beta)] / \sin \alpha \quad (3.76)$$

Baza b se măsoară direct, eventual cu firul de invar; unghiurile α și β , a căror valoare se recomandă a fi cuprinse între $7^\circ - 15^\circ$, se măsoară cu teodolite de precizie ($\pm 2''$), iar perpendicularitatea bazei b pe latura AB se realizează cu atenție deosebită folosind un echer, eventual un teodolit. Precizia procedurii depinde de precizia măsurării elementelor menționate și de asigurarea acestei perpendicularități.

Drumurile paralactice sint totuși greoaie; ele reprezintă o posibilitate la care se poate apela în multe situații. Drumurile poligonometrice, cu mă-

surarea distanțelor prin unde, se impun prin avantajele lor de precizie și randament, din ce în ce mai mult; generalizarea lor constituie o problemă numai de dotare.

3.4. RIDICAREA DETALIILOR

3.40. GENERALITĂȚI

Detaliile topografice se definesc prin puncte caracteristice, alese la schimbarea de direcție, fiind condiționate ca număr și poziție de precizia cerută și scara de reprezentare (§ 1.04). Ridicarea în plan a detaliilor presupune așadar descompunerea lor în puncte caracteristice, determinarea poziției relative a acestora față de punctele rețelei de sprijin și reprezentarea lor pe plan.

Metodele propriu-zise de ridicare a detaliilor sînt metoda radierii și metoda absciselor și ordonatelor care, în mod obișnuit, se combină cu metoda drumirii. În funcție de situația din teren și de forma detaliilor, se poate apela și la metoda drumirii sau chiar a intersecțiilor.

3.41. METODA RADIERII

Metoda radierii sau a coordonatelor polare este metoda specifică de ridicare a miilor de puncte ce alcătuiesc detaliile topografice; ea se aplică în mod curent în orice teren, oriunde se poate duce o viză și se poate măsura o distanță direct sau indirect. În esență se staționează într-un punct cunoscut A (de intersecție sau de drumuire), se duce o viză de referință spre alt punct cunoscut B și apoi la punctul radiat 1 (fig. 3.64). Poziția punctului radiat 1 este definită de unghiul polar α_1 și raza vectorie d_1 , denumite și coordonate polare. Pentru reducerea la orizont este necesar să se măsoare și unghiul de înclinare φ_{A1} .

În general punctele radiate se raportează grafic în funcție de coordonatele lor polare. La cele de importanță deosebită și de durată, se calculează coordonatele bs, etalou cu relațiile cunoscute:

$$x_1 = x_A + d_1 \cos \theta_{A1}$$

$$y_1 = y_A + d_1 \sin \theta_{A1}$$

unde $\theta_{A1} = \theta_{AB} + \alpha_1$ (θ_{AB} se calculează din coordonate, iar α_1 se măsoară).

Prin metoda radierii punctele se determină radial; dintr-o stație ele se iau toate în același tur de orizont (fig. 3.65). Precizia determi-

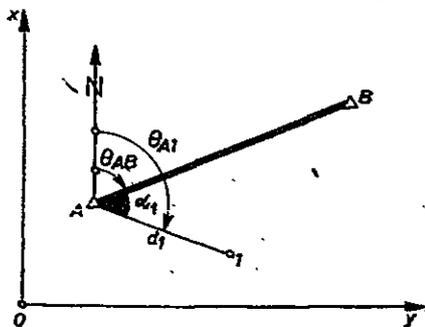


Fig. 3.64. Punct determinat prin coordonate polare.

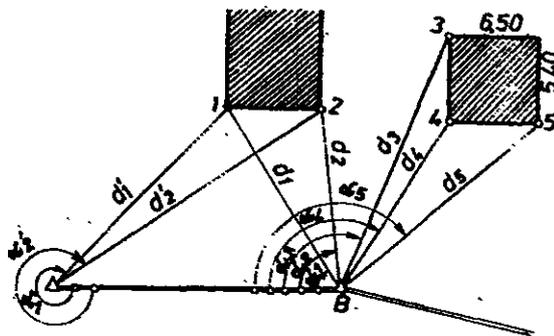


Fig. 3.65. Ridicarea detaliilor prin radierii.

nărilor scade cu creșterea depărtărilor, motiv pentru care distanțele nu trebuie să depășească 100–120 m, în raport cu precizia dorită.

Contrôlul punctelor radiate se asigură în general prin întocmirea unor schițe de cimp cit mai corecte. Cele mai importante se determină prin radieri din două stații (punctele 1 și 2, fig. 3.65), prin măsurarea distanțelor dintre puncte, perimetrarea construcțiilor, măsurarea unghiurilor cu luneta în ambele poziții și a distanțelor cu panglica și la stație etc.

Precizia metodei este condiționată de erorile de măsurare a coordonatelor polare și de eroarea de poziție a punctului B (neglijabilă, ca fiind foarte mică în raport cu primele). Deplasarea totală Δt a punctului 1 poate fi descompusă în abaterea longitudinală (Δd), provocată de măsurarea distanțelor și abaterea transversală (Δu), cauzată de măsurarea unghiurilor (fig. 3.66). Eroarea medie pătratică m_1 de poziție a punctului 1 va fi:

$$m_1^2 = m_d^2 + m_u^2 \text{ respectiv, } m_1^2 = m_d^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\rho} d \right)^2 \quad (3.77)$$

unde m_d și m_u reprezintă erorile medii pătratice ale deplasării longitudinale respectiv transversale. Prima reprezintă de fapt eroarea medie pătratică de măsurare a distanței d iar a doua se exprimă funcție de eroarea medie pătratică (m_α) de măsurare a unghiului α , de distanța d și factorul de transformare ρ .

Admițind că erorile de măsurare a unghiurilor și distanțelor au influențe egale, rezultă:

$$m_1 \approx m_d \cdot \sqrt{2} \approx \frac{m_\alpha}{\rho} d \sqrt{2} \quad (3.78)$$

De aici se pot deduce preciziile necesare la măsurarea elementelor pentru o valoare dată m_1 :

$$m_d = m_1 / \sqrt{2} \text{ și } m_\alpha = m_1 \rho / d \sqrt{2}.$$

Spre exemplu, dacă se cere ca $m_1 = \pm 2$ cm cînd punctul 1 se găsește la o distanță $d = 40,00$ m, rezultă $m_d = \pm 1,4$ cm sau $m_d/d \approx 1 : 3000$ respectiv $m_\alpha = \pm 2''$.

3.42. DRUMUIRI COMBINATE CU RADIERI

Această combinație de metode reprezintă modul cel mai frecvent de ridicare a detaliilor ce se poate aplica în majoritatea cazurilor din teren. Drumuirea joacă rolul de suport, conducînd la o rețea auxiliară de puncte, situate în apropierea detaliilor, iar prin radieri se determină efectiv poziția punctelor caracteristice (fig. 3.67).

Inițial se aleg drumuirile principale completate cu cele secundare eventual terțiare, ale căror trasee trebuie să treacă prin apropierea detaliilor de ridicat. Stațiile se stabilesc astfel încît din ele să se poată radia cit mai

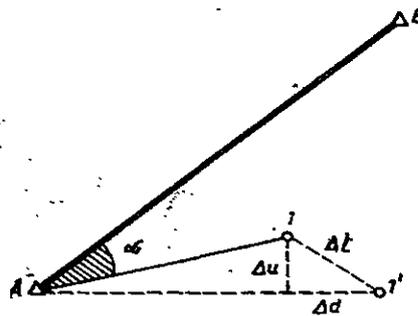


Fig. 3.66. Metoda radierii; erori de măsurare.

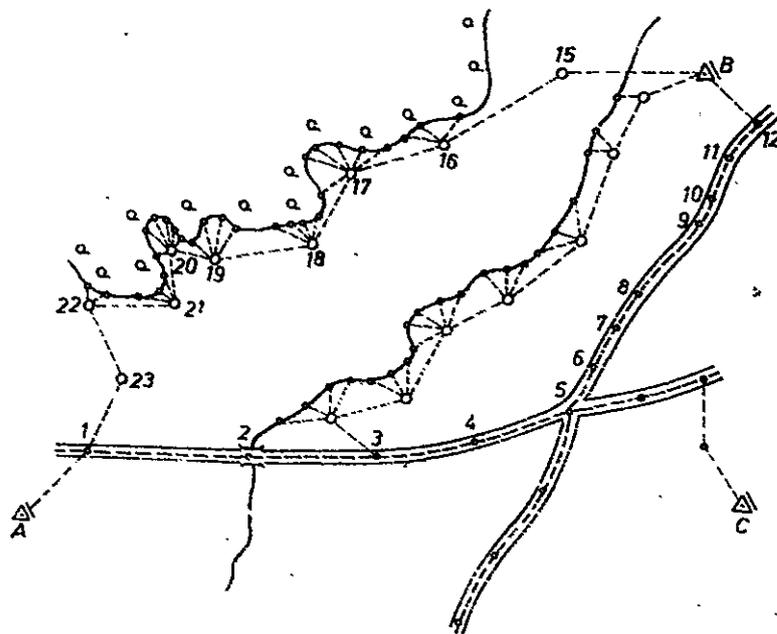


Fig. 3.67. Drumuri cu radieri.

multe puncte, la distanțe minime și să nu rămână zone, respectiv detalii, care să nu poată fi ridicate. Culegerea datelor drumurii și radiierilor se poate face din aceeași staționare sau prin revenirea ulterioară în punct. În primul caz se măsoară mai întâi unghiurile drumurii cu luneta în ambele poziții și apoi punctele radiate cu luneta numai în poziția I. Distanțele se măsoară direct; spre unele puncte de radiere mai puțin importante ele se citesc la stadie. Punctele de detaliu mai importante se verifică așa cum s-a arătat la § 3.41. Unele puncte de stație „aruncate”, necesare pentru efectuarea radiierilor în zone prin care drumuirea nu se poate dezvolta, se determină tot prin dublă radiere. Calculele se desfășoară în succesiunea lor normală: drumuri primare, urmate de cele secundare și terțiare și, în final, punctele radiate.

Datele se înscriu în carnete de teren dublate de schițe cât mai veridice, pe cât posibil la scară. Punctele de drumuire și de radiere se numerează într-o anumită ordine, iar între schiță și notațiile din carnet trebuie să existe o corespondență deplină în ceea ce privește numărul punctului.

Detaliile cu caracter permanent (limitele de hotare, podurile, construcțiile, drumurile, bornele amenajistice, reperii fotogrammetrice etc.) trebuie ridicate prin radieri efectuate din drumuri principale, cu distanțe măsurate direct. Alte detalii (ripe, mlaștini, poteci, construcții temporare) se radiază din drumuri secundare sau terțiare, distanțele măsurându-se pe cale optică.

3.43. METODA ABCISELOR ȘI ORDONATELOR

În principiu, poziția unui punct de detaliu 1 este definită de ordonata y_1 — distanța până la aliniamentul de referință AB — și abscisa x_1 — distanța pe acest aliniament de la piciorul perpendicularei M până la

unul din punctele cunoscute, spre exemplu A — (fig. 3.68). Aliniamentul AB este determinat de puncte cunoscute, de regulă de drumuire, iar perpendiculara din punctul 1 se coboară cu un echer topografic (§ 2.12)

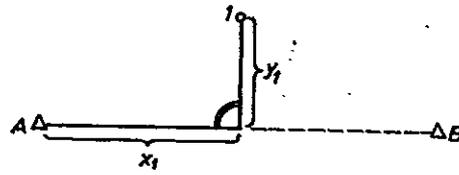


Fig. 3.68. Punct determinat prin abscisă și ordonată.

Metoda se poate aplica doar în terenuri orizontale sau quasi-orizontale-cînd detaliile sînt răsîndite în jurul laturilor de drumuire la distanțe ce nu depășesc 50 m; limitarea este justificată deoarece echerul nu are — de obicei — eclimetru și nici lunetă. Metoda, fiind expeditivă, este indicată la ridicarea limitelor sinuoase, a fațadei clădirilor la orașe, a capetelor de tarla în terenurile agricole etc. Practic, distanțele se măsoară pe abscisă cu panglica și pe ordonată cu ruleta iar valorile se înscriu direct pe schița întocmită pe teren, pe cît posibil la scară (fig. 3.69). Construcțiile mai importante se perimetrează.

Precizia metodei, respectiv eroarea medie pătratică de poziție (m_1) a punctului nou 1, este condiționată de erorile parțiale care intervin după legea exprimată în relația :

$$m_1^2 = m_{x1}^2 + m_{y1}^2 + \left(\frac{m_\alpha}{\rho} y_1 \right)^2 \quad (3.79)$$

unde : m_{x1} , m_{y1} și m_α sînt erorile medii pătratice de măsurare a distanțelor (x_1 și y_1) și a unghiului drept, iar ρ factorul de transformare.

De exemplu în cazul măsurării distanțelor cu panglica ($m_{x1} = m_{y1} = \pm 1$ cm) și a folosirii unui echer cu prisme ($m_\alpha = \pm 5''$), la o lungime $y_1 = 30,00$ m se obține $m_1 \approx \pm 3,0$ cm.

Pentru asigurarea unei precizii impuse m_1 , la determinarea unui punct 1 se poate calcula din relația 3.79 precizia necesară de măsurare a distanțelor și a unghiului drept ca la metoda radierei (§ 3.41).

Metoda absciselor reprezintă un caz particular; cînd toate detaliile sînt situate pe aceeași linie (fațadele proprietăților la stradă, limitele de la capetele parcelelor), definite de punctele de drumuire, ordonatele sînt nule și deci se măsoară doar abscisele (fig. 3.70).

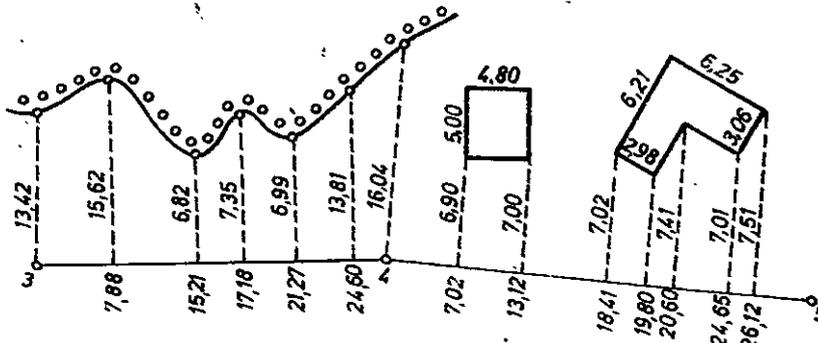


Fig. 3.69. Ridicarea detaliilor prin abscise și ordonate.

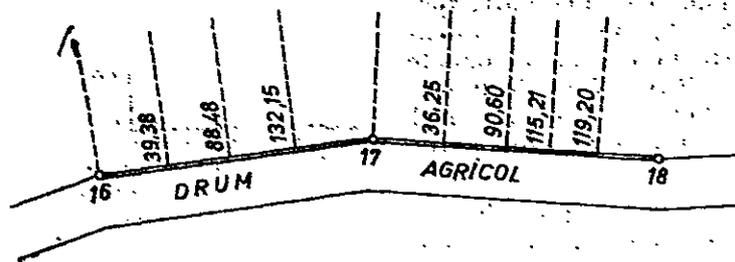


Fig. 3.70. Metoda absciselor.

3.44. RIDICAREA DETALIILOR PRIN INTERSECȚIE

Unele puncte de detaliu se pot determina prin metoda intersecției, care presupune măsurarea doar a unor unghiuri orizontale, poziția punctului rezultând direct în planul de proiecție (§ 3.01).

Cind un punct de îndesire reprezintă un detaliu atunci prin determinarea lui prin intersecție se determină și detaliul respectiv. În același timp punctele greu accesibile, situate pe rișe sau pe malul opus al unui riu, se pot ridica numai prin intersecție. În cazul figurii 3.71, punctele de detaliu 1, 2, 3 sînt determinate prin intersecție înainte din punctele cunoscute *A* și *B*; pe plan acestea se obțin prin intersecții grafice și rareori se determină prin calcul.

Observație. Pentru întocmirea unui plan topografic se apelează la metode diferite de ridicare a detaliilor. Ele se aleg în funcție de situația din teren, precizia de redare, aparatura disponibilă etc. În figura 3.72 se poate urmări un exemplu de utilizare a acestor metode.

Fig. 3.72. Ridicarea detaliilor prin diferite metode.

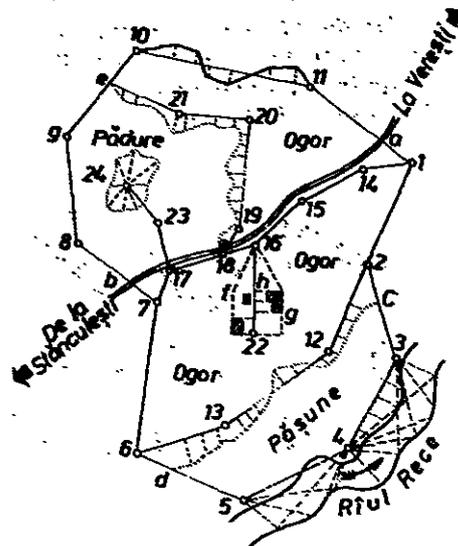
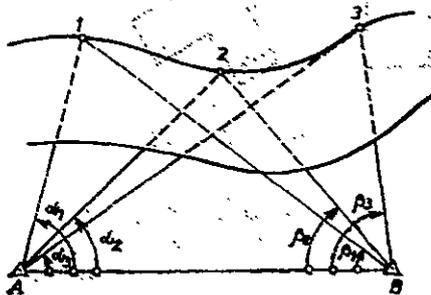


Fig. 3.71. Ridicarea detaliilor prin intersecții.



3.5. REȚELE DE SPRIJIN TOPOGRAFICE

3.50. GENERALITĂȚI

Ridicarea în plan necesită întotdeauna existența unei rețele de sprijin (§ 1.04), ce se realizează în mod normal prin îndesirea rețelei geodezice de stat (§ 3.1.). Când ridicarea servește unor lucrări locale ce reclamă o precizie ridicată (construcția unor viaducte, tuneluri, baraje) și care nu poate fi asigurată de rețeaua existentă, sau când îndesirea acesteia ar fi neeconomică, se admite utilizarea unei rețele de sprijin topografice (§ 3.01). Pentru suprafețe mai mari de câteva sute de ha, dar mai mici decât câteva sute de km², s-a utilizat mult în trecut triangulația topografică. Apariția și introducerea instrumentelor de măsurare a distanțelor prin unde și în special a teodolitelor electrooptice a dat noi pirghii în rezolvarea problemei. Pentru suprafețe mai mici se apelează, după caz, la drumuire sau chiar la radieri, pentru determinarea rețelei de sprijin topografice.

3.51. TRIANGULAȚIA TOPOGRAFICĂ LOCALĂ

3.510. PRINCIPII

Punctele ce constituie rețeaua de sprijin pot fi considerate ca vîrfuri ale unor triunghiuri din gruparea cărora pot rezulta forme diferite de rețele sau de canevas : poligon cu punct central, patrulater, lanțuri de triunghiuri, de patrulater sau combinații din acestea (fig. 3.73). Coordonatele punctelor se pot determina dacă într-o astfel de rețea se măsoară toate unghiurile triunghiurilor, lungimea și orientarea unei laturi (în unele cazuri a două laturi). Acesta este principiul metodei triangulației din care derivă condițiile privitoare la alegerea punctelor :
 — între punctele învecinate ce alcătuiesc triunghiuri, să existe vizibilitate reciprocă ;

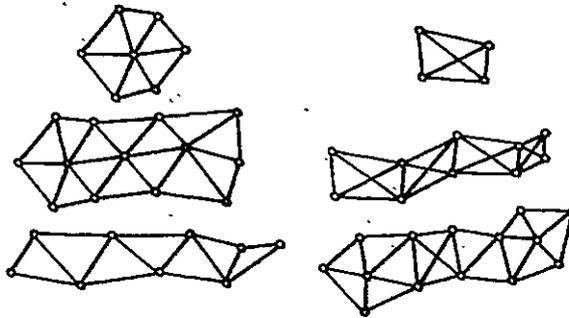


Fig. 3.73. Rețele de triangulație topografice.

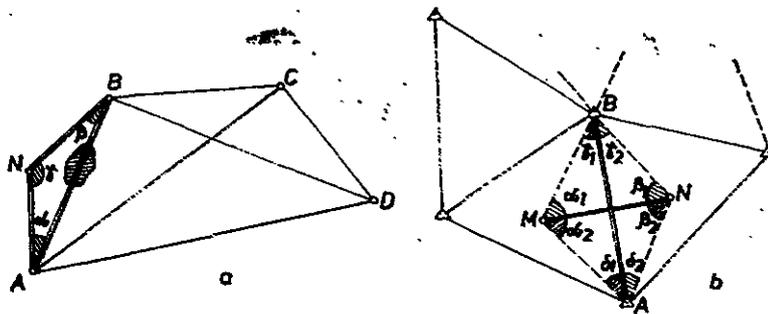


Fig. 3.74. Baze de triangulație topografică :
 a — baza frîntă ; b — baza scurtă ;

Transmiterea bazei scurte la o latură a triangulației (cazul fig. 3.74, b)

Calculul laturii de triangulație		Calculul laturii intermediare		Relație finală de calcul
Triunghiul	Relație de calcul	Triunghi	Relație de calcul	
ABM	$AB = AM \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \gamma_1}$	AMN	$AM = MN \frac{\sin \beta_2}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \beta_2 \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \gamma_1 \cdot \sin(\delta_1 + \delta_2)}$
ABN	$AB = AN \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \gamma_2}$	AMN	$AN = MN \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \alpha_2 \cdot \sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \gamma_2 \cdot \sin(\delta_1 + \delta_2)}$
ABM	$AB = BM \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \delta_1}$	BMN	$BN = MN \frac{\sin \beta_1}{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \beta_1 \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \delta_1 \cdot \sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$
ABN	$AB = BN \frac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \delta_2}$	BMN	$BN = MN \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$	$AB = MN \frac{\sin \alpha_1 \cdot \sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \delta_2 \cdot \sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$

- două laturi (eventual una) denumite baze să poată fi măsurate direct;
- triunghiurile rezultate din rețea să fie bine conformate, cu unghiuri aproximativ egale;
- rețeaua să aibă o densitate omogenă și corespunzătoare, ce poate fi de 1 punct la 200—400 ha și chiar mai mică;
- punctele să fie accesibile și staționabile și să faciliteze îndesirea rețelei de sprijin în continuare.

Proiectarea rețelei se face pe o hartă la scară mică și se definitivează odată cu recunoașterea terenului. După stabilirea poziției definitive punctele se semnalizează și se bornează (§ 3.12).

Rareori o latură a triangulației poate fi măsurată direct. De aceea, cînd este posibil, se folosește un instrument cu unde sau se apelează la o bază frîntă (fig. 3.74, a) sau o bază scurtă (fig. 3.74, b). Latura AB a rețelei se deduce fie în funcție de segmentele AN și BN și unghiurile α , β și γ , respectiv de baza MN și unghiurile din patrulater, elemente ce se măsoară pe teren (tabelul 3.10).

3.511. MĂSURĂTORI ÎN TEREN

Unghiurile rețelei ca și cele ale bazei scurte sau frînte se măsoară prin două serii cu un teodolit de tip T_2 . Bazele se înăsoară cu panglica de oțel, de trei ori, sau cu un instrument prin unde.

Orientarea unei laturi se poate stabili magnetic, cu ajutorul busolei sau geografic prin observații specifice. În principiu, direcția meridianului geografic este dată de viza dusă prin punctul respectiv spre un astru cînd acesta se găsește în punctul de maximă sau de minimă înălțime pe bolta cerească. Cum acest moment nu poate fi cunoscut nemijlocit se fac observații la două înălțimi corespondente adică cu luneta înclinată sub același unghi φ . Spre exemplu considerăm că s-a staționat în punctul cunoscut A și s-au notat citirile făcute spre punctul $B(C_0)$ și spre o stea σ (C_1 și C_2), corespunzătoare la două poziții simetrice (α_1 și α_2) de aceeași înălțime φ (fig. 3.75)

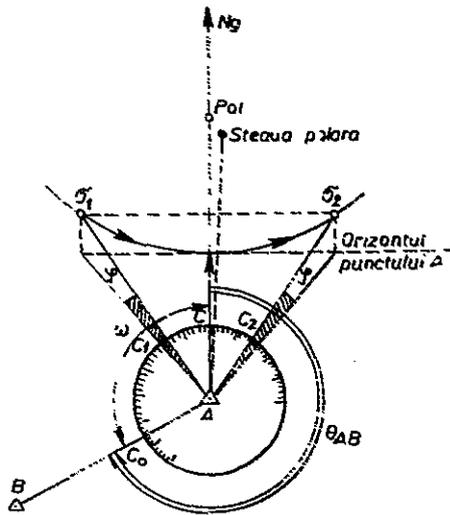


Fig. 3.75. Determinarea orientării cu un astru.

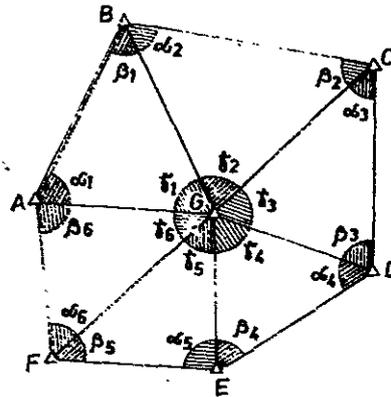


Fig. 3.76. Rețea de triangulație în poligon cu punct central.

Citirea la limb (C) spre direcția nord, unghiul făcut de direcția AB cu meridianul locului și orientarea direcției AB (fig. 3.75) rezultă :

$$C = \frac{C_1 + C_2}{2}; \quad \omega = C - C_0; \quad \theta_{AB} = 400^\circ - \omega \quad (3.80)$$

Dacă pe obiectivul lunetei se montează o prismă meridiană Wild și se vizează steaua polară se obține de-a dreptul direcția nordului geografic.

3.512. CALCULUL TRIANGULAȚIEI

Calcululele se desfășoară pe etape și sînt exemplificate pentru un poligon cu punct central (fig. 3.76).

Compensarea unghiurilor presupune ajustarea valorilor măsurate și transformarea rețelei topografice în rețeaua geometrică. De regulă triangulațiile topografice se compensează empiric, de exemplu prin procedeul Lehagre — Broniman. Condițiile ce se pun sînt specifice formei rețelei; drept urmare în cazul poligonului cu punct central, ele conduc la trei compensări.

Compensarea I. Suma unghiurilor în fiecare triunghi trebuie să fie 200° — adică $\alpha_i + \beta_i + \gamma_i = 200^\circ$. Eroarea e_1 , dacă este tolerabilă, se împarte la trei și se atribuie cu semn schimbat fiecărui unghi. După corectare, condiția trebuie să fie îndeplinită riguros în fiecare triunghi.

Compensarea a II-a. Suma unghiurilor în jurul unui punct, respectiv în jurul punctului central, trebuie să fie 400° adică :

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6 = 400^\circ. \quad (3.81)$$

Condiția, îndeplinită inițial prin compensarea în stația G, nu se mai menține ca urmare a primei compensări. Dacă eroarea $e_2 < T_2$, atunci se împarte la numărul unghiurilor γ și se atribuie cu semn schimbat fiecăruia. Pentru a menține prima compensare, corecția atribuită unghiului γ_i se împarte la doi și se atribuie cu semn schimbat unghiurilor α_i și β_i , în fiecare triunghi.

Compensarea a III-a (acordul laturilor). Între laturile unui triunghi și sinusul unghiurilor opuse trebuie să existe rapoarte egale. Dacă se scrie relația sinusurilor în fiecare triunghi avem succesiv :

$$\begin{aligned} AG/BG &= \sin\beta_1/\sin\alpha_1; BG/CG = \sin\beta_2/\sin\alpha_2; CG/DG = \sin\beta_3/\sin\alpha_3 \\ DG/EG &= \sin\beta_4/\sin\alpha_4; EG/FG = \sin\beta_5/\sin\alpha_5; \\ FG/AG &= \sin\beta_6/\sin\alpha_6. \end{aligned} \quad (3.82)$$

Înmulțind aceste relații între ele rezultă :

$$\frac{AG \cdot BG \cdot CG \cdot DG \cdot EG \cdot FG}{BG \cdot CG \cdot DG \cdot EG \cdot FG \cdot AG} = \frac{\sin\beta_1 \cdot \sin\beta_2 \cdot \sin\beta_3 \cdot \sin\beta_4 \cdot \sin\beta_5 \cdot \sin\beta_6}{\sin\alpha_1 \cdot \sin\alpha_2 \cdot \sin\alpha_3 \cdot \sin\alpha_4 \cdot \sin\alpha_5 \cdot \sin\alpha_6} \quad (3.83)$$

Așadar, condiția va fi asigurată dacă produsele sinusurilor de același nume, notate cu P_α și P_β , sînt egale, respectiv :

$$P_\alpha = P_\beta \quad (3.84)$$

Compensarea unghiurilor la rețea de

Triunghi	Denumirea unghiurilor	Unghiuri măsurate	Compensarea I	Unghiuri după compensarea I	Compensarea II	Unghiuri după compensarea II
1	2	3	4	5	6	7
I	α_1	83.36.05	- 1	83.36.04	+1	83.36.05
	γ_1	83.79.10	- 1	83.79.09	-2	83.79.07
	β_1	32.84.88	- 1	32.84.87	+1	32.84.88
	Σ	200.00.03	- 3	200.00.00	0	200.00.00
II	α_2	50.41.89	+ 1	50.41.90	+1	50.41.91
	γ_2	85.38.41	+ 1	85.38.42	-2	85.38.40
	β_2	64.19.66	+ 2	64.19.68	+1	64.19.69
	Σ	199.99.96	+ 4	200.00.00	0	200.00.00
III	α_3	58.02.25	+ 3	58.02.28	+1	58.02.29
	γ_3	64.17.37	+ 3	64.17.40	-1	64.17.39
	β_3	77.80.30	+ 2	77.80.32	-	77.80.32
	Σ	199.99.92	+ 8	200.00.00	0	200.00.00
IV	α_4	65.67.15	- 7	65.67.08	+1	65.67.09
	γ_4	71.28.19	- 7	71.28.12	-2	71.28.10
	β_4	63.04.88	- 8	63.04.80	+1	63.04.81
	Σ	200.00.22	-22	200.00.00	0	200.00.00
V	α_5	96.00.01	+ 3	95.00.04	+1	96.00.05
	γ_5	48.75.70	+ 2	48.75.72	-1	48.75.71
	β_5	55.24.22	+ 2	55.24.24	-	55.24.24
	Σ	199.99.93	+ 7	200.00.00	0	200.00.00
VI	α_6	34.36.02	+ 2	34.36.04	+1	34.36.05
	γ_6	46.61.33	+ 1	46.61.34	-1	46.61.33
	β_6	119.02.61	+ 1	119.02.62	-	119.02.62
	Σ	199.99.96	+ 4	200.00.00	0	200.00.00

$$\begin{aligned} \Sigma\gamma &= 400.00.09 \\ \epsilon &= + 09'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_\alpha S_\alpha &= 1.640\,741 \\ P_\beta S_\beta &= 1.487\,091 \end{aligned}$$

$$X'' = \frac{P_\beta - P_\alpha}{P_\alpha S_\alpha + P_\beta S_\beta} \cdot 10^6 = -\frac{17}{3.13} \approx 5''$$

În mod firesc, nici această condiție nu va fi îndeplinită. Pentru a o satisface se va aplica o corecție x unghiurilor α și aceeași corecție, dar cu semn invers tuturor unghiurilor β . Valoarea acestei corecții se deduce cu relația :

$$x = \frac{P\beta - P\alpha}{P\alpha S\alpha + P\beta S\beta} \quad (3.85)$$

unde : $S\alpha = \Sigma \Delta\alpha / \sin \alpha$, iar $\Delta\alpha$ reprezintă creșterea sinusului corespunzătoare unei creșteri de o secundă a unghiului (diferența tabelară).

Cînd corecția se înscrie în toleranță ($x < T_3$) se face compensarea ; dacă $P\beta > P\alpha$ corecția x se scade din unghiurile β și se adună la α și vice-versa. După compensare condiția $P\alpha = P\beta$ trebuie îndeplinită riguros.

În tabelul 3.11 este exemplificată compensarea unghiurilor rețelei din figura 3.76.

Tabelul 3.11

triunghiuri dispuse în poligon cu punct central

Unghiuri α			Unghiuri β			Compen- sarea III	Unghiuri definitive		
$\sin \alpha$	$\sin 1''$	$\frac{\sin 1''}{\sin \alpha}$	$\sin \beta$	$\sin 1''$	$\frac{\sin 1''}{\sin \beta}$		g	c	cc
8	9	10=9/8	11	12	13=12/11	14	15		16
0,966036	0,40	0,414	0,493394	1,37	2,777	-5	83.36.00	0,966034	
						+5	83.79.07	0,493401	
						0	32.84.93		
						200.00.00			
0,711746	1,11	1,560	0,845981	0,84	0,993	-5	50.41.86	0,711741	
						+5	85.38.40	0,845985	
						0	64.19.74		
						200.00.00			
0,790375	0,96	1,215	0,939829	0,53	0,564	-5	58.02.24	0,790371	
						+5	64.17.39	0,939832	
						0	77.80.37		
						200.00.00			
0,858099	0,81	0,944	0,836222	0,86	1,028	-5	65.67.04	0,858095	
						+5	71.28.10	0,836226	
						0	63.04.86		
						200.00.00			
0,998027	0,10	0,100	0,762873	1,02	1,337	-5	96.00.00	0,998027	
						+5	48.75.71	0,762878	
						0	55.24.29		
						200.00.00			
0,513907	1,35	2,627	0,955672	-0,46	-0,481	-5	34.36.00	0,513901	
						+5	46.61.33	0,955670	
						0	119.02.67		
						200.00.00			
$P\alpha = 0,239175$ $S\alpha = 6,860$			$P\beta = 0,239159$ $S\beta = 6,218$			0	200.00.00		

Deoarece $P\alpha > P\beta$ corecția x se scade din unghiurile α și se adună la β .

Controlul unghiurilor definitive

$$P'_\alpha = 0,239167 ; P'_\beta = 0,239166$$

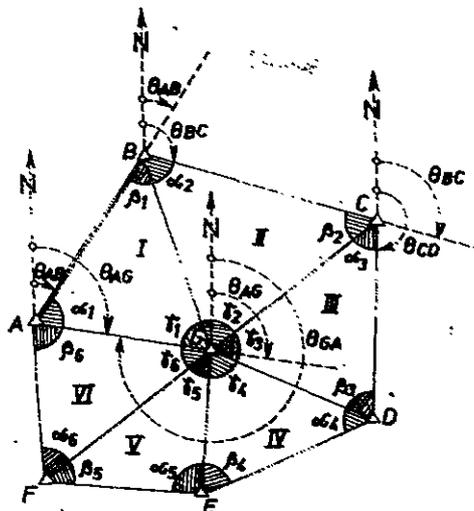


Fig. 3.77. Calculul orientărilor și al laturilor triangulației.

Orientările laturilor se deduc în funcție de orientarea măsurată θ_{AB} și unghiurile compensate. Din figura 3.77, ce conține aceeași rețea din figura 3.76 și raționind în același mod ca la drumuire (§ 3.33), rezultă :

$$\begin{aligned} \theta_{BC} &= \theta_{AB} \pm 200^\circ - (\beta_1 + \alpha_2); \\ \theta_{CD} &= \theta_{BC} \pm 200^\circ - (\beta_2 + \alpha_3) \dots \\ \dots \theta_{AB} &= \theta_{FA} \pm 200^\circ - (\beta_6 + \alpha_1), \end{aligned}$$

respectiv (3.86)

$$\begin{aligned} \theta_{AG} &= \theta_{AB} + \alpha_1; \theta_{GA} = \theta_{AC} \pm 200^\circ; \\ \theta_{GB} &= \theta_{GA} + \gamma_1 \dots \theta_{CA} = \theta_{CE} + \gamma_6. \end{aligned}$$

Drept control închiderea pe orientarea de plecare AB , respectiv GA , trebuie să se facă exact deoarece unghiurile rețelei au fost compensate.

Calculul laturilor este precedat de reducerea bazei măsurate la orizont și eventual de transmiterea ei la una din laturile rețelei. La baza frântă (fig. 3.74 a) latura AB a rețelei se deduce prin două relații :

$$AB = AN \cdot \cos \alpha + BN \cdot \cos \beta \text{ și } AB = \sqrt{AN^2 + BN^2 - 2AN \cdot BN \cos \gamma}, \quad (3.87)$$

Tabelul 3.12

Calculul laturilor unei rețele de triangulație (cazul fig. 3.76)

Triunghiul	Unghiul	Unghiuri definitive	Valoarea naturală a sin	Laturi	Lungimea laturilor	Modulul
1	2	3	4	5	6 = 4 x 7	7 = 6/4
I	β_1	32.84.93	0.493401	$G-A$	1603.474	3.249.839
	γ_1	83.79.07	0.967760	$A-B$	3145.064	
	α_1	83.36.00	0.966034	$G-B$	3139.455	
II	β_2	64.19.74	0.845985	$G-B$	3139.455	7.711.006
	γ_2	85.38.40	0.973760	$B-C$	3613.629	
	α_2	50.41.86	0.711741	$G-C$	2641.275	
III	β_3	77.80.37	0.939832	$G-C$	2641.275	2.810.369
	γ_3	64.17.39	0.845788	$C-D$	2376.976	
	α_3	58.02.24	0.790371	$G-D$	2221.234	
IV	β_4	63.04.86	0.836226	$G-D$	2221.234	2.656.260
	γ_4	71.28.10	0.899961	$D-E$	2390.531	
	α_4	65.67.04	0.858095	$G-E$	2279.323	
V	β_5	55.24.29	0.762878	$G-E$	2279.323	2.987.795
	γ_5	48.75.71	0.693168	$E-F$	2071.044	
	α_5	96.00.00	0.998027	$F-G$	2981.900	
VI	β_6	119.02.67	0.955670	$F-G$	2981.900	3.120.219
	γ_6	46.61.33	0.668507	$F-A$	2085.888	
	α_6	34.36.00	0.513901	$G-A$	1603.483	

Baza scurtă (fig. 3.74 b) se transmite unei laturi prin teorema sinusurilor, aplicată în două etape (fig. 3.74, b, tabelul 3.10).

Laturile rețelei se calculează cu relația sinusurilor, plecând de la valoarea cunoscută AB și unghiurile compensate (fig. 3.76):

$$AB/\sin \gamma_1 = AG/\sin \beta_1 = BG/\sin \alpha_1 \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} AG &= (AB/\sin \gamma_1) \sin \beta_1 = \\ &= M_1 \cdot \sin \beta_1; \quad BG = M_1 \sin \alpha_1 \end{aligned} \quad (3.89)$$

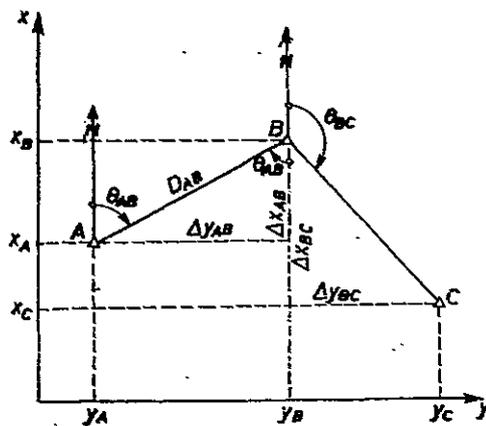


Fig. 3.78. Calculul coordonatelor rețelei de triangulație topografică.

În continuare cunoscând latura BG , se trece în triunghiul II, se calculează modulul M_2 și apoi laturile BC și CG adică:

$$M_2 = BG/\sin \beta_2; \text{ de aici } BC = M_2 \sin \gamma_2 \text{ și } CG = M_2 \sin \alpha_2 \quad (3.90)$$

Drept control, valoarea ultimei laturi calculate AG trebuie să fie egală cu cea calculată în triunghiul I, întrucît rețeaua este geometrizată (compensată); o diferență de 1–2 cm poate proveni din rotunjiri. În tabelul 3.12 sînt calculate laturile în rețeaua din figura 3.76, funcție de unghiurile compensate din tabelul 3.11 și latura AB .

Calculul coordonatelor presupune, întocmai ca la drumuire, calculul coordonatelor relative Δx și Δy (§ 3.33, fig. 3.52). Plecînd de la coordonatele cunoscute ale unui punct A , sau luate arbitrar astfel ca întreaga rețea să fie cuprinsă în cadrul I, se calculează din aproape în aproape coordonatele absolute ale punctelor rețelei (fig. 3.78):

$$x_B = x_A + \Delta x_{AB} = x_A + D_{AB} \cos \theta_{AB}; \quad y_B = y_A + \Delta y_{AB} = y_A + D_{AB} \sin \theta_{AB} \dots$$

$$x_C = x_B + D_{BC} \cdot \cos \theta_{BC}; \quad y_C = y_B + D_{BC} \sin \theta_{BC} \text{ etc. } \dots \quad (3.91)$$

În continuare, se deduc coordonatele punctelor D, E, F, A , înlanțuite într-o drumuire; închiderea pe punctul de plecare A trebuie să se facă perfect, întrucît rețeaua este geometrizată. O diferență de 1–2 unități la ultima cifră poate proveni din rotunjiri.

3.52. TRIANGULAȚII TOPOGRAFICE FORESTIERE

În cazul terenurilor acoperite cu păduri problema determinării unei rețele topografice devine de cele mai multe ori dificilă. Cele două condiții principale — asigurarea vizibilităților și a bazei măsurabile direct — se

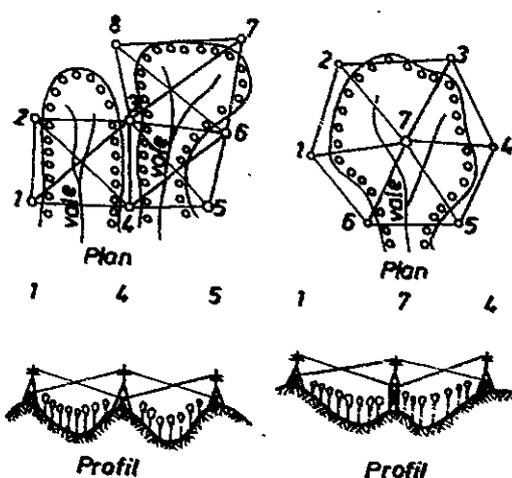


Fig. 3.79. Triangulații forestiere în regiuni accidentate.

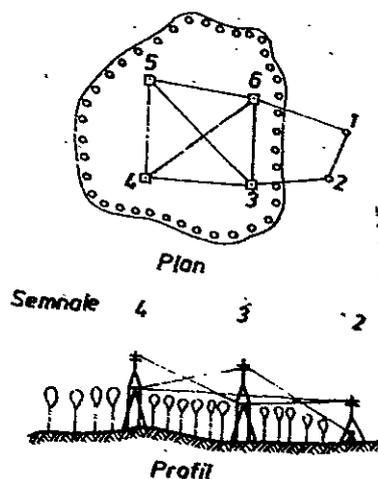


Fig. 3.80. Triangulații forestiere în regiuni de șes.

îndeplinesc greu în același timp. În zonele de munte prima se realizează mai ușor dar a doua mai anevoios, fapt ce impune măsurarea bazei prin unde. La pădurile de cîmpie situația se inversează, dar rămîne tot atît de delicată. Densitatea de 1 punct la 200—400 ha, cerută de instrucțiuni, se obține printr-o triangulație mai rară îndesită prin intersecții. Rețelele preconizate trebuie să asigure precizia cerută și să fie cele mai economice. În toate situațiile, încă de la proiectare, se au în vedere ridicăturile terenului, poienile, tăieturile, ce permit ducerea vizelor, alegînd un canevaz ce se adaptează la teren. La nevoie, nu se va ezita să se taie crăci sau să se doboare un număr oarecare de arbori; construcția unor piramide mijlocii sau înalte rămîn ca ultime soluții, din motive economice, deoarece costul lor crește cu pătratul înălțimii.

În regiunile accidentate se folosesc de regulă lanțuri de patrulare și de triunghiuri sau poligoane cu punct central (fig. 3.79), iar în regiunile de șes, cu pădure bătrînă, problema se rezolvă prin construcția unor semnale înalte (fig. 3.80).

3.53. DETERMINAREA UNEI REȚELE TOPOGRAFICE CU TEODOLITE ELECTROOPTICE

Dacă se dispune de instrumente moderne ce permit măsurarea cu precizie a distanțelor prin unde, eventual și a unghiurilor, rețeaua topografică de sprijin se determină mai ușor și mai economic.

Pe suprafața de ridicat se poate executa o drumuire poligonometrică închisă (primară) pe punctul de plecare (1, 2, . . . 8, 1) (fig. 3.81). Elementele acesteia, unghiurile interioare și distanțele, se măsoară cu teodolitul elec-

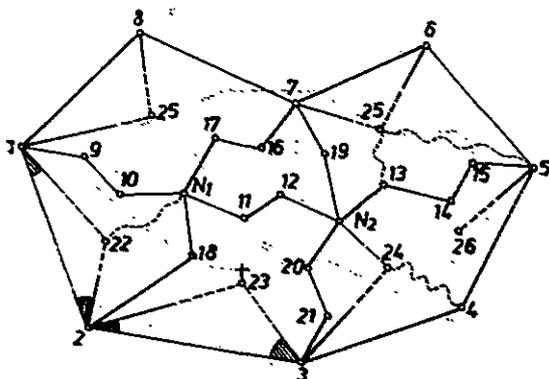


Fig. 3.81. Determinarea unei rețele de sprijin cu teodolite electrooptice.

troptic din aceeași staționare sau separat cu un teodolit de tip T_2 și un instrument de măsurare a distanțelor prin unde. Condițiile specifice de închidere pe unghiuri și coordonate relative sînt date la § 3.54.

În interiorul drumuirii primare, sau la nevoie și în afara ei, se execută drumuirii secundare (spre ex. 1, 9, 15, 5) sau terțiare care se pot întîlni în puncte nodale N (fig. 3.81). Alte puncte se pot determina prin radieri

duble (pct. 24, 25) sau simple (pct. 26) eventual prin rezolvarea unui triunghi sau prin intersecții (pct. 22, 23 § 3.21). Ansamblul tuturor punctelor trebuie să constituie o rețea omogenă și de o densitate corespunzătoare.

În cazul unei păduri de cîmp (fig. 3.46), sau al unei localități (fig. 3.47), cînd punctele rețelei geodezice A, B, C, D nu ar exista, se execută pe contur drumuirea primară închisă (pe traseele 1, 2, ... 14, 1 respectiv 1, 2... 10, 1) iar cele din interior în lungul liniilor somiere și parcelare sau în lungul străzilor. Punctele comune mai multor trasee se calculează ca puncte nodale (16, 17, 18, 20 etc. fig. 3.46, respectiv 11, 12, 13, 15 etc. (fig. 3.47).

3.54. DETERMINAREA UNEI REȚELE DE SPRIJIN PRIN DRUMUIRE

În cazul unor suprafețe ce nu depășesc citeva sute de ha, rețeaua de sprijin topografică se poate determina prin metoda drumuirii. Determinarea poziției în plan a punctelor se calculează conform celor arătate la drumuirea încadrată (§ 3.30). Închiderea drumuirii pe punctul de plecare, pentru control, generează unele aspecte particulare (fig. 3.82).

Condițiile referitoare la alegerea stațiilor, ca și elementele ce se măsoară sînt cele prezentate la cazul general (§ 3.30). Pe teren, în locul vizelor de referință, se măsoară orientarea magnetică a unei lături cu o busolă de buzunar.

La calcule se verifică și se compensează direct unghiurile orizontale, asupra cărora se pune condiția de geometricitate, a unui poligon cu n laturi:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n = (n - 2) \cdot 200^\circ \quad (3.92)$$

Dacă eroarea de închidere e se încadrează în toleranța generală $T = \pm 1^\circ,5 \sqrt{n}$, se va aplica fiecărui unghi o corecție $c = -e/n$. Drept urmare, la transmiterea orientărilor cu relațiile 3.39 trebuie să se obțină o închidere perfectă pe latura de plecare.

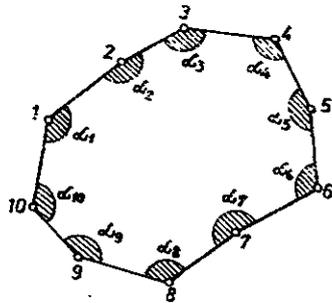


Fig. 3.82. Drumuire închisă pe punctul de plecare.

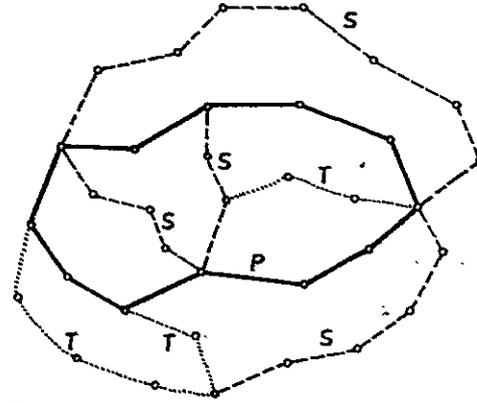


Fig. 3.83. Rețea de sprijin determinată prin drumuire.

În cazul drumuirii închise, controlul coordonatelor relative este specific : suma lor algebrică, pe fiecare axă, trebuie să fie nulă, respectiv :

$$\Sigma \Delta x = 0 \quad \text{și} \quad \Sigma \Delta y = 0 \quad (3.93)$$

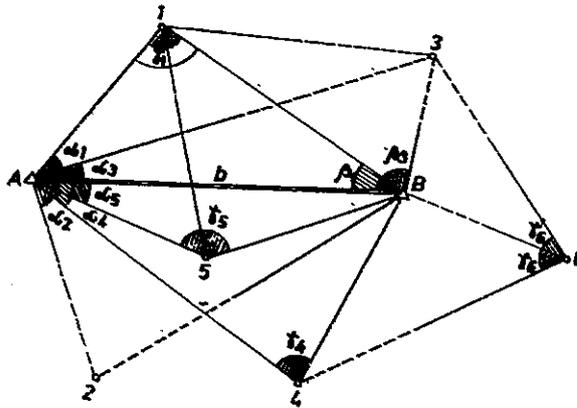
Erorile parțiale de închidere, e_x și e_y , se vor compensa ca la drumuirea sprijinită, dacă eroarea totală $e_t = \pm \sqrt{e_x^2 + e_y^2}$ este sub toleranță (§ 3.33). Pentru calculul coordonatelor absolute se atribuie punctului 1 coordonate arbitrare, suficient de mari ca întreaga drumuire să fie cuprinsă în cadranul I.

Drumuirea închisă este de fapt o drumuire primară (P); pe aceasta se dezvoltă, după nevoi, drumuri secundare (S) sau drumuri terțiare (T) sub forma unor traverse interioare sau poligoane acolate (fig. 3.83). Suprafața ultimelor nu poate depăși 50 % din cea a drumuirii de ordin imediat superior.

3.55. DETERMINAREA UNEI REȚELE DE SPRIJIN PRIN INTERSECȚII

În cazul unor suprafețe pînă la cîteva sute de hectare, descoperite dar cu relief accidentat, este recomandabil să se determine o rețea de sprijin prin intersecții. Pe teren se alege și se măsoară o bază AB (b) măsurabilă direct (fig. 3.84); vizele duse din capetele A, B trebuie să asigure unghiuri favorabile intersecției (între $40^\circ - 160^\circ$, § 3.141). Punctele rețelei 1, 2, ... 6, uniform răspîndite în jurul bazei b , se aleg astfel încît să fie asigurată : a) vizibilitatea lor din capetele A și B ; b) staționarea în cît mai multe dintre ele; c) vizibilitatea spre cît mai multe puncte vecine noi. Se măsoară apoi cu teodolitul unghiurile α, β și γ , din punctele A, B , precum și din punctele noi staționabile (1, 4).

Fig. 3.51. Rețea de sprijin determinată prin intersecții.



Pentru punctul A se iau coordonate arbitrare și, în funcție de orientarea magnetică și lungimea bazei AB măsurate pe teren, se deduc și coordonatele punctului B . În continuare, se determină punctele 1 și 4 prin intersecție înainte, la limită, după ce se face controlul (fig. 3.84):

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 200^\circ \text{ și } \alpha_4 + \beta_4 + \gamma_4 = 200^\circ \quad (3.94)$$

și se compensează erorile în mod egal celor trei unghiuri. Punctele următoare vor avea o determinare mai bună: punctul 5, prin intersecție combinată din trei vize, punctele 3 și 6, prin intersecții înainte și înapoi din trei vize etc.

3.56. ÎNDESIREA REȚELOR DE SPRIJIN TOPOGRAFICE ȘI RIDICAREA DETALIILOR

Ridicarea planimetrică în afara rețelei geodezice de stat prezintă unele probleme doar în determinarea rețelei topografice, independente.

Operațiile pe care le implică ridicarea în continuare se execută ca în cazul unei rețele preexistente: îndesirea rețelei și ridicarea detaliilor, descrise în acest capitol (§3.3 și §3.4).

3.57. RIDICAREA SUPRAFETELOR FOARTE MICI

În cazul unor suprafețe foarte mici de teren, de ordinul a câtorva hectare, ridicarea se poate face prin radieri din virfurile unui triunghi, ca cea mai simplă rețea de sprijin (fig. 3.85), din capetele unei baze măsurate direct, sau eventual dintr-o stație unică (fig. 3.86).

Pentru controlul determinărilor se apelează, după importanța punctelor, la unul din procedeele cunoscute: măsurarea distanțelor cu ruleta

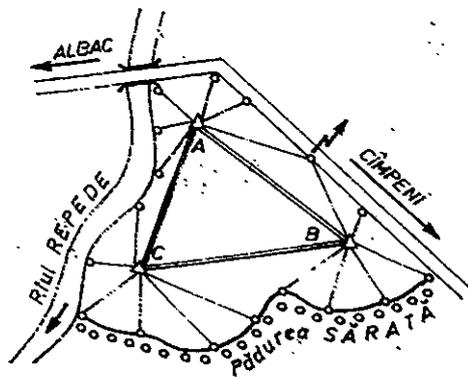


Fig. 3.85. Ridicarea unei suprafețe mici sprijinită pe o rețea în triunghi.

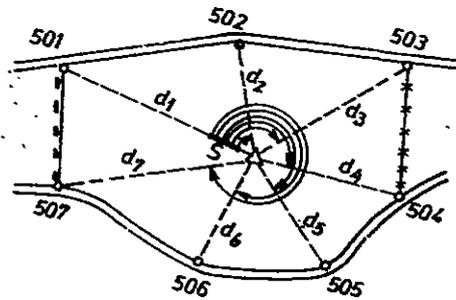


Fig. 3.86. Ridicarea unei suprafețe mici prin stație unică (radieri).

și verificarea la stadie, radieri duble, perimetrări, măsurarea distanței dintre puncte radiate etc. Întotdeauna se va întocmi o schiță cât mai veridică, pe cât posibil la scară. Determinarea unei rețele triunghiulare se recomandă întotdeauna, chiar în cazurile cele mai simple, ca o măsură de siguranță.